Zur Ästhetik der Zahl.

Inaugural-Dissertation

verfasst und der

Hohen Philosophischen Fakultät Sektion I

der

K. b. Ludwig-Maximilians-Universität München

zur Erlangung der Doktorwürde

im November 1906 vorgelegt von

Paul Raff

aus Stuttgart.

MÜNCHEN 1907.

Kgl. Hofbuchdruckerei Kastner & Callwey.

Zur Ästhetik der Zahl.

Inaugural-Dissertation

verfasst und der

Hohen Philosophischen Fakultät Sektion I

der

K. b. Ludwig-Maximilians-Universität München

zur Erlangung der Doktorwürde

im November 1906 vorgelegt von

Paul Raff

aus Stuttgart.

MÜNCHEN 1907.

Kgl. Hofbuchdruckerei Kastner & Callwey.

Genehmigt auf Antrag des Herrn Prof. Dr. Theodor Lipps.

Inhalt.

Seite

Einleitung 1

I. Der Begriff der immanent qualifizierten Zahlen.

1. Zahl „an sich“ und „erscheinende“ Zahl 15
2. Zahl und Anzahl 19
3. Das Prinzip der Immanenz 22

II. Zahlindividuen.

1. Die Eins 31
2. Die Zwei 33
3. Die Drei 35
4. Die Vier, Fünf, Sechs 41
5. Die Sieben 44
6. Die Acht, Neun, Zehn 47

III. Zahlgattungen.

1. Gerade Zahlen 52
2. Zehnzahlen 58
3. Fünfzahlen 64
4. Dreizahlen-Potenzen 69
5. Elfzahlen 75
6. Unendliche Zahlen. Bruchzahlen 83
7. Primzahlen 91

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548322_0062

Einleitung.

I.

Der Satz von der notwendig sinnlichen Struktur ästhetischer und ästhetisch qualifizierter Gegenstände muß geradezu als Dogma der neueren Ästhetik gelten. Der neueren Ästhetik: denn die klassische und vorklassische kennt ihn in seiner Ausschließlichkeit jedenfalls noch nicht. So schreibt Mendelssohn in den Zusätzen zum Urentwurf des Laokoon[1]: „Das Ideal kömmt, wie die Schönheit überhaupt, vorzüglich nur den Formen körperlicher Dinge zu, transzendentaliter hingegen haben auch Gedanken, Farben, Töne, Bewegungen und jeder Ausdruck innerlicher Empfindungen ihre Schönheit und folglich ihr Ideal." Kant spricht von der gefälligen Form, „welche das Tischgeräte, oder auch eine moralische Abhandlung, sogar eine Predigt . . ., ohne doch gesucht zu scheinen, an sich haben müsse", und scheidet solche Gegenstände von den Werken der schönen Kunst.[2] Und Schiller frägt in dem Aufsatze „Ueber die notwendigen Grenzen beim Gebrauch schöner Formen" nach dem eigentlichen Zweck einer „geschmackvollen Einkleidung der Begriffe", deren Wesen er formuliert als „Sinnlichkeit im Ausdruck und Freiheit in der Bewegung"; zugleich wendet er sein volles Interesse einer „Philosophie des schönen Umgangs" zu, „worin die Gesetze des guten Tons aus Prinzipien entwickelt sind".[3] Kaum zu erinnern brauche ich an sein Wort vom Chri-

[1] Vgl. Cohen, Kants Begründung der Ästhetik. 1889, S. 74.
[2] Kritik der ästhetischen Urteilskraft (Kehrbach), S. 181.
[3] Briefe (Jonas), III., S. 362.

stentum als der einzigen ästhetischen Religion, an den Ernst, mit dem Goethe und Schiller im Verein mit ihrer Zeit von „schönen Seelen" sprechen, an die feinsinnige Argumentation endlich, mit der Schiller Natalien und nicht der Stiftsdame dieses Prädikat zuerkennt.

Weiß so augenscheinlich die klassische oder ältere Ästhetik von jenem Satze — der als ästhetisch wirksamer historisch freilich aus ihrem Schoße heraus sich entwickelt[1] — noch nichts, so beginnt andererseits die neueste Ästhetik allmählich von ihm sich zu befreien. Lipps handelt von der Schönheit des Ausdrucks im Sinne des psychischen Lebens,[2] Witasek stellt als vierte Klasse ästhetischer Elementargegenstände die der Gegenstände von innerer Schönheit auf,[3] und Dessoir macht sogar, freilich nur in einer flüchtigen Bemerkung, bewußt gegen ihn Front, wenn er von einer extensiven Wirtschaft spricht, die mit dem Ästhetischen getrieben werde, und den streng logischen Gehalt der Rede von einer Schönheit sozialer Organisationen, mathematischen Lösungen usw. anerkannt wissen will.[4]

Jener Satz, so sagten wir ferner, müsse als Dogma der neueren Ästhetik gelten, und hierin liegt ausgesprochen, daß wir seine sachliche Begründung nicht einsehen oder gar als solche ablehnen. Mit dieser Akzentverschiebung treten wir polemisch einer Grundanschauung der neueren, besonders hegelischen Ästhetik entgegen, die zuletzt in Spitzers Buch über „H. Hettners kunstphilosophische Anfänge und Litterarästhetik" eine scharfe und bestimmte Formulierung gefunden hat. Spitzer sagt: „Es steht fest: ohne Sinnliches keine Kunst; es steht nicht minder fest: ohne Sinnliches keine Schönheit."[5] Frei-

[1] Ein Problem, dessen Entscheidung übrigens abhängt von der Auffassung der Beziehungen zwischen Romantischer Philosophie und Neuplatonismus.

[2] Ästhetik I., 1903, S. 601.

[3] Grundzüge der Allgemeinen Ästhetik. 1904, S. 180.

[4] Ästhetik und Allgemeine Kunstwissenschaft. 1906, S. 113.

[5] a. a. O., S. 377.

lich stumpft sich die anscheinende Schärfe dieses Satzes wieder bedeutend ab, wenn Spitzer bei Bestimmung des Gegenstandes der Kunsttheorie ausführt: „Die Kunst ist weder die einzige Erzeugerin ästhetischer Werte, noch ist sie bloß dies und gar nichts anderes. Auf der einen Seite dehnen sich . . . das Naturschöne und jene überaus mannigfaltigen Schönheiten, mit welchen der Mensch die Gebrauchsgegenstände des täglichen Lebens ausstattet . . ., entfalten die Wissenschaften halb mit, halb ohne Absicht eine Fülle ästhetischer Anregungen und schöpft nicht minder aus den Betätigungen des religiösen, sittlichen, politisch-sozialen Lebens der Schönheitssinn reichliche Nahrung, auf der anderen Seite usf."[1] Wie sollen wir uns dies mit dem äußerst bestimmten „ohne Sinnliches keine Schönheit" zusammenreimen? Eine Schönheit sittlicher Betätigungen muß doch wohl als Schönheit eines nichtsinnlichen Gegenstandes aufgefaßt werden — Nichtsinnlichkeit hier im Spitzerschen Sinne begriffen. Und doch wieder denken wir, wenn wir „schöne Taten, schöne Grundsätze und Gesinnungen loben" — und hierunter dürfen wir ohne Zweifel sittliche Betätigungsweisen verstehen — nach Spitzer keineswegs daran, „wahrhaft ästhetische Urteile auszusprechen". Es liegt auf der Hand, daß hier gewisse Unklarheiten verborgen — oder vielmehr zutage liegen, welche, ohne daß wir uns mit einer eingehenden Polemik, die auch gegen den besonders von Jonas Cohn festgehaltenen Begriff des „Anschaulichen" sich kehren müßte,[2] befassen können, unserer Rede von einem Dogmatismus der oben formulierten Anschauung eine unmittelbare Berechtigung verleihen.

Freilich auch nicht mehr als dies. Um sie als geltend zu erweisen, ist es nötig, einmal unbefangen den Umkreis der ästhetisch qualifizierten Objekte ins Auge zu fassen.

---

[1] a. a. O., S. 450.

[2] Vgl. Allgemeine Ästhetik. 1901.

2.

Da sind zunächst die realen physischen Gegenstände oder die Dinge.[1] Mit den sinnlichen Dingqualitäten vereint, kommen wir sie in freier Terminologie auch als sinnliche Gegenstände festhalten. Daß wir von ihnen ästhetische Prädikate mit Recht aussagen, begegnet wohl keinem Widerspruch: Menschen sind schön, Krokodile sind häßlich, Blumen sind anmutig, Landschaften lieblich, Elephanten plump, Gebirge erhaben, Clowns komisch, Farben prächtig. — Wir brauchen hier gewiß nicht länger zu verweilen.

Schon jetzt fällt jedoch auf, daß wir die Kategorien des Tragischen, Charakteristischen und Witzigen anscheinend vergaßen; und mit Rücksicht auf die Kategorie des Tragischen jedenfalls, die die Ästhetik ja seit altersher ganz vorzüglich beschäftigt, wird man uns dies mit Recht zum Vorwurf machen. Mit Recht? Eine kurze Ueberlegung macht uns zweifeln. Denn was nennen wir im prägnanten Sinn des Wortes eigentlich tragisch? „Ich sehe etwa das Leiden des Laokoon, sehe aber auch die Kraft und Tüchtigkeit, die gegen das Leiden sich bäumt und im Leiden zugrunde geht, ich sehe ein andermal den Tod, sehe aber unmittelbar zugleich das blühende Leben, das entflieht oder entflohen ist. Oder ich sehe etwas Seelisches oder Geistiges, das dem Untergang anheimgefallen ist, ich sehe den Schmerz, sehe aber auch zugleich die Liebe, die von dem Schmerz getroffen wird.“[2] Was ist hier eigentlich tragisch? Doch wohl das Leiden und Zugrundegehen des Laokoon, der Tod eines blühenden Lebens, der Untergang eines Seelischen. All dies sind aber nicht Gegenstände, sondern Sachverhalte. Und wir werden unschwer erkennen, daß auch nur Sachverhalte mit Sinn tragisch genannt werden, daß hingegen die Rede von

[1] Das Problem des ästhetischen Gegenstandes dürfen wir hier ignorieren. Dieser Begriff des ästh. G. ist übrigens dem unseres Eingangssatzes übergeordnet. Vgl. S. 22, Anm.

[2] Lipps, a. a. O., S. 566.

[3] Sachverhalt (Meinongs Objektiv) ist hier und im folgenden (aus der Husserlschen Logik übernommener) technischer Ausdruck für die dem positiven Urteil korrelate Gegenstandsrelation.

einer tragischen Gestalt, die uns im Zusammenhang dieser Arbeit noch eingehend beschäftigen wird, dieselbe nicht eigentlich primär, sondern sekundär ästhetisch qualifiziert. Damit sind wir also von der echt ästhetischen Qualifikation eines auf keinen Fall sinnlich-dinglichen Gegenstandes (im weitesten Sinn) überzeugt. Denn ein Sachverhalt — dies wird wohl zugegeben werden — ist in Hinsicht seiner gegenständlichen Struktur unverkennbar anders geartet als ein Körper oder eine Blume oder ein Berg. Ein sinnlicher Gegenstand ist er jedenfalls nicht. Schon damit ist der Spitzersche Satz widerlegt.

Aber wir wollen systematisch vorgehen und noch in der Sphäre der realen Gegenstände verbleiben. Hier treten neben die physischen die psychischen „Dinge", die seelischen Individuen, oder auch verselbständigte Erlebnisrhythmen derselben, Handlungen, Gesinnungen, Gefühle. Gibt es nun ästhetisch qualifizierte Psychen, „schöne Seelen" im Sinn der Klassiker? Oder ist dies nicht eine bloße Methapher, über deren wahre Natur wir uns, wie Spitzer meint, ganz klar sind? Es ist nicht zu leugnen, daß wir heute nicht mehr oder höchstens absichtlich metaphorisch von einer „schönen Seele" sprechen. Dafür sind wir uns aber des völlig unbildlichen Gehaltes der Rede von einem erhabenen Entschluß oder einem schwerfälligen Gedankengang (beidemale meinen wir aktuelle psychische Vorgänge) ganz wohl bewußt. Ein schöner Mensch denkt schwerfällig — damit ist nichts anderes als eine negativ-ästhetische Qualifikation seines psychischen Verhaltens vollzogen. Und geschieht dies nicht in gleicher Weise, wenn wir von geistiger Freiheit, Weite, Tiefe oder von der Schönheit von Gefühlen, wie Freude, Liebe, Mitleid, Ruhe sprechen?[1]

Immerhin mag die überzeugende Kraft dieser Argumentation noch gering sein. Dann erinnern wir uns einmal einer weiteren ästhetischen, nämlich der auch von Spitzer eingehend[2] gewürdigten Kategorie des Charakteristischen.

[1] Vgl. auch Elster, Litteraturwissenschaft, S. 261 ff.

[2] U. a. in den Kritischen Studien zur Ästhetik der Gegenwart. Wien. 1897

Charakteristisch sind vor allem menschliche Gesichtszüge — „ein charakteristischer Kopf" ist eine alltägliche Redensart. Welches ist nun des näheren die Weise der ästhetischen Qualifikation eines solch charakteristischen Kopfes? Betrachten wir einmal die Züge eines Platon, Sokrates, Mephisto, Fiesko und Amandus (in Halbes „Jugend") — man verzeihe die Zusammenstellung. Aber sie wird ihren Zweck erfüllen. Ohne Bedenken erkennen wir die Züge des Sokrates, Mephisto, Fiesko als charakteristische, Platons Haupt, so sagen wir, ist nicht charakteristisch, sondern schön. Der Kopf des Amandus aber, des Blödsinnigen, ist geradezu ästhetisch widerlich. Doch ist nicht Fiesko schön, „ein blühender Apoll, verschmolzen in den männlich-schönen Antonius", ist nicht Mephisto abstossend widerlich und Sokrates wenigstens häßlich? Nein, die Züge dieser drei sind charakteristisch. Die Züge — was meinen wir hiemit? Jetzt löst sich das Rätsel. Denn unter „Zügen" verstehen wir die Einheit der sinnlich-physischen Gesichtsbildung mit dem seelischen Ausdruck. Und nun bemerken wir: Platons Züge sind schön, weil sein Haupt sowohl, wie seine Seele schön ist; Amandus' Kopf ist widerlich, weil seine Gesichtsbildung, wie seine Psyche ästhetisch abstossend sind. In beiden Fällen liegt eine Einheit des ästhetischen Charakters sowohl des Gesichts, wie der Seele vor. Die Züge des Sokrates, Mephisto und Fiesko hingegen kennzeichnen sich durch die ästhetische Diskrepanz, die zwischen Physis und Psyche für sie besteht: Sokrates Gesichtsbildung ist häßlich, seine seelische Bildung aber von starker ästhetischer Positivität. Fieskos Züge sind schön, der Ausdruck des kalten, lauernden, glatten Schauspielers in ihnen hingegen ästhetisch negativ. Aber ist Mephisto nicht physisch und psychisch gleich häßlich? Keineswegs; denn seelisch ist er groß, ja als „Teil des Teils, der anfangs alles war" geradezu erhaben. Erhabenheit, Größe, Kraft aber sind positiv-ästhetische Qualitäten, die auch dem sittlich Negativen eignen: auch für Mephisto also besteht die bezeichnete ästhetische Diskrepanz; auch seine Züge sind charakteristisch.

Widerstreit zwischen der ästhetischen Qualifikation des Physischen und Psychischen also bedingt die einheitlich ästhetische Kategorie des Charakteristischen — ein Satz, der selbstverständlich erheblicher Vertiefung bedarf. Erkennen wir ihn vorläufig an, so ist damit die ästhetische Qualifikation auch des Psychisch-Realen zugegeben; die Rede von einer „schönen Seele", einer schönen Gesinnung, Handlung usf. ist also keineswegs, wie Spitzer meint, eine metaphorische.

Jetzt haben wir das Reich des Realen, das im Unterschiede des Physischen und Psychischen sich erschöpft, durchmessen und vollziehen den Uebergang zum Reich der idealen Gegenstände. Freilich mag diese Behauptung unmittelbar Widerspruch erfahren, wenn wir jetzt unser Augenmerk der ästhetischen Qualifikation von Linien, Kurven, Dreiecken, Quadraten zuwenden. Sind Linien, Kurven usf. nicht viel mehr anschauliche, also auch sinnliche und reale Gebilde? Zeichnen wir nicht Dreiecke, Quadrate, Parallelogramme mit verschiedenfarbenem Bleistift auf verschiedenfarbenes Papier? Gewiß, — oder vielmehr keineswegs. Denn nicht Dreiecke zeichnen wir auf physische Stoffe, sondern die a priori ihren Gegenständen niemals adäquaten Bilder von Dreiecken. Gewiß besitzen auch diese physischen Bilder jeweils bestimmte ästhetische Qualifikation; aber von ihr sprechen wir jetzt nicht, vielmehr von der ihrer Gegenstände, der idealgeometrischen Gebilde. Diese als Objekte der Geometrie haben ihren Ort nicht in der Welt der realen Wirklichkeit sondern im Reich des Idealen: noch niemand hat ein Dreieck, eine Hyperbel selbst, physisch gesehen; bieten sie sich doch nur dem ideal gerichteten Auge, der „reinen Anschauung". Dennoch aber sind solche idealgeometrische Gebilde echt ästhetisch qualifiziert: ein Rechteck nach dem goldenen Schnitt hat bekanntlich den ästhetischen Vorzug vor jedem Viereck, selbst vor dem Quadrate; eine bestimmte Kurve ist anmutiger als eine andere; ein gleichschenkliges Dreieck ist schöner als ein unregelmäßiges, ein gleichseitiges wieder schöner als ein gleichschenkliges (welch letztere Entscheidung übrigens subjektiv be-

dingt sein mag). All diese ästhetischen Urteile sagen nichts aus von einer bestimmten Farbe oder Dicke der Geraden, welche jene Gebilde konstituieren, oder der Kurven, sondern sprechen von den idealgeometrischen Gebilden selbst. Ohne Zweifel sind dieselben sinnvoll — und es gibt also nicht nur reale unsinnliche, sondern selbst ideale Gegenstände, welche ästhetische Qualitäten manifestieren.

Neben die geometrisch-idealen treten unmittelbar die arithmetisch-idealen Gegenstände. Es bedarf keiner besonderen Aufmerksamkeit, um eine unverkennbar ästhetische Qualifikation auch der idealen Zahlen wahrzunehmen. Denn ohne Zweifel ist der Sinn der folgenden Urteile ein unbildlicher: gerade Zahlen sind schöner, oder besser ästhetisch positiver als ungerade, ganze Zahlen ästhetisch positiver als Bruchzahlen, abgerundete Zahlen positiver als nichtabgerundete; ganz zu schweigen von dem ästhetisch-poetischen Momente, daß in den Begriffen „gerade" Zahlen, „Bruch"zahlen, „runde" Zahlen sich birgt. Einzig die irrige Anschauung, als handle es sich beim ästhetischen Vorzug eines gleichseitigen vor einem gleichschenkligen Dreieck um einen solchen von sinnlichen und nicht vielmehr von idealen Gebilden, macht es verständlich, daß jenes allen Zahlen eignende ästhetische Moment mit wenigen Ausnahmen von der Ästhetik bisher übersehen oder zum mindesten vernachlässigt wurde. Denn mit ihm ist die ästhetische Qualifikation idealer Gebilde in noch stärkerem Maße evident, und zwar deshalb, weil die reinen Zahlen, wie die Erörterung des Verhältnisses von „Zahl an sich" und „erscheinender" Zahl noch deutlicher erkennen lassen wird, nicht gleich den idealgeometrischen Gebilden an sinnliche, sondern vielmehr an begriffliche Symbole verhaftet sind.

So leitet uns diese Reflexion zu einer weiteren Gruppe idealer Gegenstände, zu der der logischen Gegenstände, als welche sich uns Begriffe, Urteile, Urteilskomplexe, Systeme darbieten. Hier erinnern wir uns wieder einer ästhetischen Kategorie, die wir in der obigen Aufzählung vernachlässigten: der des

Witzigen. Fragen wir, was für Gegenstände denn als witzige sich qualifizieren, so ergibt sich ohne weiteres, daß dies keineswegs sinnliche, sondern ideale und zwar logisch-ideale Gegenstände sind, nämlich eigenartige Begriffs- und Urteilskomplexe. An diese anerkannte ästhetische Qualifikation logischer Gebilde reiht sich des weiteren die der Systeme. Unverkennbar birgt sich in aller Systematik ein ästhetisches Moment. Ich erinnere nur an die kantische Kategorientafel, besser noch an die allbekannte „Architektonik" der Kritik der reinen Vernunft, welche die Kurzsichtigkeit des bekämpften ästhetischen Satzes geradezu unbegreiflich erscheinen läßt. Evident ist ferner die ästhetische Positivität von Antithesen: man betrachte z. B. nur die Zellersche[1] Darstellung der Beziehung von Empedokles, Leukipp und Anaxagoras, des Inhalts, daß jener eine qualitative Verschiedenheit und begrenzte Zahl, der zweite qualitative Gleichheit und unbegrenzte Zahl, der letzte qualitative Verschiedenheit und unbegrenzte Zahl der Urstoffe angenommen habe. Wie gänzlich die ästhetische Positivität logischer von der sinnlicher Gegenstände sich unterscheidet, zeigt schließlich der Vergleich etwa der systematischen Disposition von Fechners Vorschule und Spitzers obengenanntem Buch mit irgend einem Werke von Lipps oder Husserl. Fechner, der freilich, insofern er keinne systematische Absicht hegt, entschuldigt ist, erledigt je am Anfang (im I. Bande) und am Ende (im II. Bande) seiner Vorschule eine Reihe ästhetischer Prinzipien, was aus dem Gesichtspunkt einer sinnlichen Symmetrie ungemein wohlgefällig wirken müßte, in Wirklichkeit aber in Hinsicht der ästhetischen Qualifikation eines begrifflichen Systems geradezu geschmacklos erscheint. Spitzers Werk, dessen erster Band von 488 Seiten ohne jede weitere Teilung in nur zwei Kapitel sich gliedert, muß aus logisch-ästhetischem Gesichtspunkt monströs genannt werden. Wenn sich in ihm gar von Seite 279 bis 296, also über

[1] Grundriß der Geschichte der griechischen Philosophie., 7. Aufl. 1905, S. 32.

mehr als 16 Seiten, eine Erörterung ohne den kleinsten Absatz hinzieht, so bedeutet dies ästhetisch stärkste Negativität, nicht aber eines sinnlichen, sondern eines logischen Gebildes; denn aus sinnlichem Betracht ist die völlige Gleichheit und Symmetrie der schwarzbedruckten weißen Doppelseiten unbedingt anmutend. Die Werke von Lipps und Husserl hingegen, mit ihren kurzen Kapiteln und mannigfachen Einschnitten erscheinen als begrifflich-einheitliche Systeme geradezu graziös, was hinwieder aus sinnlichem Betracht für Husserls Logische Untersuchungen Bd. II wenigstens kaum behauptet werden dürfte.

Liegt so die ästhetische Qualifikation begrifflich-idealer Gegenstände zutage, so gilt dies in besonderem Maße für eine weitere Gruppe solcher Gegenstände, die allein in der bisherigen Ästhetik eine gewisse Beachtung gefunden haben, obgleich sie wohl zu den am schwersten ästhetisch zu analysierenden Gegenständen gehören. Wir meinen solche Gebilde, wie den „schönen Beweis", die „elegante" mathematische Lösung, die „elegante" Schachpartie, deren ideale, wenn auch vielleicht nicht streng begrifflich-ideale Struktur wohl über jeden Verdacht erhaben ist. Steht zugleich die keineswegs metaphorische Natur jener Prädikationen fest, so hat sich uns wiederum eine Schönheit nicht sinnlicher, sondern idealer Gebilde ergeben.

Endlich weisen wir auf die Tatsache des sprachlichen Stiles. Mag auch alle Rede von schönen Zahlen, Dreiecken, Beweisen usf. eine bildliche sein, so wird dies auf keinen Fall für die Rede von einem schönen, eleganten, trockenen, häßlichen Stil gelten. Die ästhetische Negativität des kantischen,[1] die ästhetische Positivität des goetheschen und kellerschen Stiles ist evident. Was wir aber so sprachlichen Stil nennen, ist ein Ganzes, das aus sinnlich-lautlichen und begrifflichen Momenten sich kompliziert. Gibt man nun zu, daß ein Urteil wie dies, ein Stil sei schön, keineswegs nur auf die sinnlichen Momente des sprach-

[1] Schiller spricht von der „greulichen Form, die man einen philosophischen Kanzleistil nennen möchte", Briefe, V, S. 264.

lichen Ausdrucks gerichtet sei, so ist damit eine ästhetische Qualifikation begrifflicher Gebilde ohne weiteres eingestanden.

Damit hätten wir auch das Reich des Idealen „durchreiset" und so im Zusammenhang mit den realen Gegenständen flüchtig die wichtigsten Formen der seienden Gegenstände gemustert. Was sich unserem unbefangenen Auge ergab, ist, daß sie alle in verschiedener Weise ästhetisch sich qualifizieren und keineswegs nur die physisch-realen als schön oder häßlich sich darstellen. Vor allem waren es die ganz besonders in der traditionellen Aesthetik heimischen Kategorien des Tragischen, Charakteristischen und Witzigen, welchen wir vorzüglich dieses Resultat zu danken haben. Damit kann der Satz von der notwendig sinnlichen Struktur ästhetisch qualifizierter Gegenstände, sofern er wenigstens sinnvollen Gehalt bewahren will, nicht mehr aufrecht erhalten werden. Er muß dem Zwang, oder besser, der Forderung des Tatsächlichen weichen.

3.

Es liegt auf der Hand, daß diese Ueberzeugung positiv nichts mehr erhärten kann, als die unmittelbare ästhetische Vertiefung in ein bestimmtes Gebiet des idealen Reiches. Gelingt es uns hier, gewisse qualitative Differenzen festzustellen, die keineswegs als solche des mathematischen oder logischen Gehaltes, sondern als unverkennbar ästhetische sich darstellen, so muß dies, von unseren allgemeinen Betrachtungen abgesehen, ganz allein jedes theoretische Bedenken paralysieren.

Unterziehen wir die verschiedenen Gruppen idealer Gegenstände einer näheren Musterung, so bemerken wir, wie zwei derselben sich wiederum zu einer engeren Gruppe zusammenschließen. Es sind dies die Zahlen und die logischen Gegenstände. Nicht umsonst haben wir flüchtig der eigenartigen Korrespondenz Erwähnung getan, die in der notwendigen Liierung der idealgeometrischen Gegenstände mit sinnlichen, der idealarithmetischen mit logischen Symbolen zutage tritt. Denn eben dies läßt uns verstehen, weshalb für die konkrete ästhetische

Untersuchung die geometrischen Gebilde auf Grund der hauptsächlichen Bedeutung, die sie als reale Ornamente besitzen, fast ganz im Zusammenhang mit dem physischen, die reinen Zahlen hingegen wenigstens im engen Zusammenschluß mit den logischen als solche absolut idealen Gebilden betrachtet werden; warum ferner für eine gerade mit der ästhetischen Qualifikation idealer Gegenstände sich beschäftigende erste Untersuchung unbeschadet der rein idealen Natur auch des Geometrischen ausschließlich Zahlen und logische Gebilde in Betracht kommen. Damit hat sich für uns eine erste Gebietseinschränkung ergeben, derart, daß die ideal-geometrischen Gegenstände nicht mehr durch unser Interesse berührt werden.

Aber die einmal begonnene Restriktion ist noch nicht beendet. Richten wir jetzt unser Augenmerk auf die Gruppe der logischen Gebilde, wie sie uns vorzüglich in den Systemen entgegentreten, so wird auch hier eine eigenartige Scheidung offenbar, und zwar eine solche in einfache und komplizierte Systeme. Erinnern wir uns der oben angeführten Beispiele für die ersten, so ist deutlich, wie ihre ästhetische Positivität sich zumeist als solche der reinen oder antithetischen Symmetrie und Eurythmie darstellt, sodaß eine Analyse ihrer ästhetischen Struktur wohl kaum die vor allem in neuen ästhetischen Werten zu erweisende Selbstherrlichkeit des Idealen in seiner ästhetischen Qualifikation darzutun vermöchte. Auf der anderen Seite erscheint die ästhetische Struktur solcher Systeme, wie des „eleganten" Beweises usf. so kompliziert, daß ihre Analyse eine vorzügliche Schulung in der Ästhetik des logisch Idealen vielmehr voraussetzt. Also kann auch die Gruppe der komplizierteren Systeme kaum das Objekt einer ersten auf idealem Boden sich bewegenden ästhetischen Untersuchung abgeben.

So finden wir uns auf die ästhetische Betrachtung jener idealen Gebilde verwiesen, die wir als Zahlen kennen. Doch auch hier bedarf es nur eines genaueren Zusehens, um die Schwierigkeit und noch mehr die Größe und Fülle der gestellten Aufgabe zu erkennen. Jene drei besonders einleuchtenden Fälle

ästhetischer Qualifikation der reinen Zahlen, die wir oben anführten, waren aus dem Gesichtspunkt einer bestimmten Weise ästhetischer Artung gewählt, der der Immanenz, welche wir noch eingehender Erörterung unterziehen werden. Aus eben diesem Gesichtspunkt reihen sich nun zu diesen Gattungen der geraden, runden und Bruchzahlen weitere Gattungen von Zahlen, wie auch Zahlindividuen: von ersteren sei nur die Gattung der Elfzahlen, von letzteren etwa die Drei genannt. Aber auch der allgemeinästhetischen Gesichtspunkte sind mehrere, die noch betrachtet werden müssen, und ihnen subordinieren sich wiederum andere Zahlen.

Entfaltet sich schon damit auf dem Gebiet der Zahlen ein kaum mehr übersehbarer Reichtum ästhetischen Materials, so vervielfältigt sich derselbe noch, wenn wir von den einfachen Zahlgegenständen zu den Zahlsystemen oder Zahlsachverhalten uns wenden. Solche Zahlsachverhalte bilden die Additionen, Subtraktionen, Multiplikationen, vorzüglich aber die Divisionen und Wurzelziehungen. Ich erinnere nur an die „aufgehende" Division, der ein unbedingt ästhetischer Vorzug eignet vor einer anderen, welche nicht „aufgeht", d. h. welche Reste ergibt. Ganz unverkennbar deutet hier gerade der poetische Gehalt des populären Ausdrucks auf das ästhetische Moment des unleugbaren Vorzuges, oder besser der Positivität des ersteren Zahlgebildes hin. Es ist wirklich so, als läge in jeder Division die Tendenz, in ungehemmtem Fortgang sich entfaltend, zuletzt zu „verklingen", und als erfülle sich dieselbe bei der aufgehenden Division, während sie bei der nicht aufgehenden gleichsam auf ein Hindernis stößt und unfrei, gezwungen in ihrer Bewegung abbricht, prägnanter „abschnappt".

Das nicht ganz Einfache dieser ästhetischen Daseinsweise eben der Division bringt uns wieder die schwierige Aufgabe einer ersten Untersuchung zum Bewußtsein, die sich gerade die Aufhellung der ästhetischen Strukturen solcher Zahlsachverhalte, wie Divisionen, Wurzelziehungen usf. zum Ziele setzte. Und hieraus resultiert für uns die Notwendigkeit einer erneuten, letz-

ten Restriktion unseres idealen Gebietes, die uns endlich unseres Gegenstandes auch wirklich versichert.

Als dieser Gegenstand ergeben sich uns die schlichten Zahlen im Sinne von Zahlgegenständen, und zwar die schlichten Zahlen in Hinsicht ihrer immanenten Qualifikation. So wird es sich also in diser Arbeit darum handeln, die ästhetische Struktur einer bestimmt begrenzten Gruppe idealer Gegenstände, nämlich der schlichten Zahlen, möglichst scharf, und mit dem vollen Bewußtsein ihrer idealen Natur zu durchdringen.

I. Der Begriff der immanent qualifizierten Zahl.

1. Zahl „an sich“ und „erscheinende“ Zahl.

Die Ästhetik der schlichten Zahlen in Hinsicht ihrer immanenten Qualifikation soll uns beschäftigen. In dieser Zielsetzung sind die Begriffe der Zahl und der immanenten Qualifikation verwandt, deren erster einer doppelten, der zweite einer einfachen Erörterung bedarf.

Freilich ist es, was die erste dieser Erörterungen betrifft, keineswegs das Wesen der Zahl oder der Sinn der Zahlbegriffe, deren Eruierung uns obliegt, ehe wir zur eigentlich ästhetischen Untersuchung schreiten — zum Glück, wie wir, des hier klaffenden, schwierigen Problems eingedenk, auszurufen versucht sind. Vielmehr ist es nur der Unterschied der eigentlichen und der symbolischen Zahlbegriffe resp. der eigentlichen und der symbolisch gefaßten Zahlen, der, insofern er von grundlegender Bedeutung für die Ästhetik des arithmetisch Idealen ist, uns hier beschäftigen muß.

Was mit diesem Unterschiede gemeint ist, bringt schon eine einfache Betrachtung der deutschen Zahlnamen zur Einsicht. Die Namen Dreizehn und Fünf unterscheiden sich unmittelbar dadurch, daß der letztere einfacher, der erstere aber ein aus den einfachen Namen Drei und Zehn wieder sich komplizierender Name ist; oder wie wir auch sagen können, dadurch, daß der eine nur uneigentlicher, surrogierender, der andere aber eigentlicher Name ist. „Das sind nur die Namen“; aber ihr Unterschied deutet unmittelbar auf den der Zahlbegriffe und

Zahlgegenstände, um welchen es sich uns eigentlich handelt. Daß dieser letztere ein anderer ist als der Unterschied der Namen, ergibt sich aus dem deutschen Elf, Zwölf, Hundert, Tausend (irgendwelche Ethymologie braucht uns natürlich hier nicht zu kümmern), wo zwar der Name jedesmal ein einheitlicher und eigentlicher, der Begriff aber ein symbolischer ist. Das letztere darum, weil wir in der Elf und Zwölf im Grunde die Einzehn und Zweizehn (analog der Dreizehn oder Vierzehn), in der Hundert und Tausend die Zehnzehn und Zehnhundert (analog der Zehntausend oder Hunderttausend) erblicken. Damit zerfällt das Reich der Zahlen in die beiden Gebiete der eigentlichen und der nur symbolisch gefaßten Zahlen, der Zahlen „an sich" und der „erscheinenden" Zahlen. Insofern das letztere, wie wir sahen, schon mit der Elf anhebt, drängt es als das ungleich größere das der eigentlichen Zahlen weit zurück; ja, es scheint im Grunde so ganz das Gesamtreich aller Zahlen zu repräsentieren, daß seine Zahlen vielmehr als eigentliche Zahlen sich darstellen. Damit verwischt sich der scharfe Unterschied zwischen beiden Zahlgebieten, und es bedarf erst der methodischen Analyse, ihn wieder zum Bewußtsein zu bringen.

Freilich ist es nicht die überragende Größe des Gebietes der uneigentlichen Zahlen, welche sie als natürliche oder eigentliche Zahlen erscheinen läßt, sondern dazu und zwar fast noch mehr die einheitlich dekadische Fassung oder Formung, die von der Zehn an den eigentlichen Zahlen notwendig zuteil wird. Sie erlaubt uns, mit Husserl von einer vollkommensten Gegenspiegelung zu sprechen, welche das Reich der Zahlen an sich, d. h. der uns im allgemeinen unzugänglichen wirklichen Zahlen durch unser Zahlensystem erfährt.[1]

Vielleicht zweifelt man an der Relevanz dieser mehr methodischen Unterscheidung eigentlicher und uneigentlicher Zahlen für die ästhetische Untersuchung. Aber die Betrachtung der Zahlen von Eins bis Zehn in Hinsicht ihrer individuellen ästhe-

[1] Vgl. überhaupt Husserls „Philosophie der Arithmetik", S. 211 ff., S. 294/95.

tischen Struktur wird uns in einigen Fällen darauf führen, daß der logisch-mathematische unmittelbar auch einen ästhetischen Unterschied involviert.

Dennoch wäre die Relevanz der Unterscheidung für unsere Untersuchung keine allzu große. Die Erörterungen der individuellen ästhetischen Strukturen füllt ja nur den kleineren Teil derselben aus. Nun aber bemerken wir, wie sich an die eben erörterte dekadische Fassung, die wir jetzt als primäre begreifen wollen, zwei weitere — sekundäre — Fassungen reihen, die ihrerseits für den größten Teil unserer Betrachtungen von grundlegender Wichtigkeit sind. Und zwar unterscheiden sich diese beiden sekundären Fassungen dadurch, daß im Gegensatz zur zweiten die erste von ihnen aufs engste durch die primäre dekadische oder systematische Fassung bedingt erscheint.

Was wir damit meinen, ist leicht verständlich. Stellen wir uns die Möglichkeit vor, alle, auch die höchsten Zahlen eigentlich, und als solche unter immer verschiedenen Namen zu erfassen, so wären außer der Eins als der ersten Zahl keine weitere Zahl n besonders gekennzeichnet, als höchstens durch das Mehr, das sie von der n — 1, und das Weniger, das sie vor der n + 1 doppelt charakterisierend scheidet, insofern sie nun einmal in das Reich der Zahlen sich eingeordnet findet. Anders die Zahlen unseres dekadischen Systems. Ohne Gefahr allzu großer Bildlichkeit zu laufen, können wir davon sprechen, daß sie alle gleichsam in Zehnerrahmen eingespannt sind, und zwar in Hinsicht der Einer, Zehner, Hunderter usf. in solche erster, zweiter und höherer Ordnung. Dieses Eingespanntsein bedingt nun eine sekundäre Fassung (besser Tinktion) aller Zahlen in dem Sinn, daß ihre jeweilige Stellung zu den umrahmenden Zehnern sie in bestimmter Weise tingiert, während ebenso die Zehnzahlen selbst (Zehn, Zwanzig, Hundert) einen ganz bestimmten Charakter gewinnen. Die letzteren bedeuten gleichsam Haltepunkte, von denen aus eine Art Bewegung einsetzt, um bei der nächsten Zehnzahl wieder innezuhalten. Was die hieraus resultierende Tinktion der einzelnen Zahlen selbst betrifft, so

besitzt sie ästhetische Relevanz direkt nur für die Fünfzahlen. In Hinsicht der anderen tritt sie zurück hinter bedeutsameren Qualifikationen. Wichtig ist diese sekundäre Fassung, welche so die schon primär dekadisch gefaßten Zahlen erfahren, noch außerdem, weil sie sich auch auf die eigentlich erfaßten Zahlen von Eins bis Zehn erstreckt, und besonders für die Fünf und Zehn kennzeichnende Kraft entfaltet. Damit waren also selbst die eigentlich erfaßbaren Zahlen doch wieder, wenn auch in einem zweiten Sinne des Wortes, nicht eigentlich oder an sich faßbar — eine Feststellung, die freilich mehr für den Ästhetiker als für den Methodologen wertvoll erscheint.

Dieser mit der dekadischen Systematik der Zahlen unmittelbar zusammenhängenden sekundären Fassung, die wir darum als sekundäre systematische Fassung, oder kürzer als sytematische Tinktion begreifen können, koordiniert sich nun noch eine zweite, im Gegensatz zu ihr jedoch vom dekadischen System ganz unabhängige Fassung. Es scheint seltsam, wenn wir zur Erhellung dieser weiteren sekundären Fassung der reinen Zahlen auf die ästhetische Kategorie des Tragischen reflektieren. Aber der Grund ist leicht einzusehen. Tragisch, so erkannten wir, nennen wir im prägnanten, oder besser primären Sinne Geschehnisse, Schicksale oder Sachverhalte. Damit unterscheidet sich die Kategorie des Tragischen aufs deutlichste von anderen, wie z. B. der des Anmutigen, oder noch besser von der ihr korrespondierenden des Komischen. Anmutig sind Gegenstände, wie Gestalten, Bäume, Landschaften, Melodien, niemals aber Sachverhalte. Komisch sind zwar wohl auch Sachverhalte, doch ebenso Gegenstände, vorzüglich Menschen, ohne daß sie — und dies ist bedeutsam — zugleich Träger oder Subjekte von Sachverhalten wären. Ein Gesicht ist komisch, ohne daß es etwa zuvor hätte Gegenstand eines bestimmten Sachverhaltes hätte sein müssen, wie dies ein feierlich gekleideter Erwachsener ist, wenn er stolpert. Tragisch hingegen erscheinen Gegenstände, vorzüglich Menschen — man denke an den „tragischen Helden" — einzig, sofern sie Subjekte eines tragischen Schicksales sind;

und eben hierin liegt die sekundäre Natur der ästhetischen Prädikation des tragischen Gegenstandes.

Was dies mit dem uns hier beschäftigenden Problem, mit der zweiten sekundären Fassung oder Tinktion der reinen Zahlen zu tun hat, ist leicht einzusehen. $2 \times 8 = 16$; $3 \times 7 = 21$; $7 \times 7 = 49$ sind ohne Zweifel arithmetische Sachverhalte, arithmetische Bildungen, als deren hauptsächlichste, besser „betonte" Träger oder Gegenstände die resultierende Sechzehn, Einundzwanzig, Neunundvierzig, sich darstellen. Insofern diese Sachverhalte als die natürlichsten erscheinen, in denen jene Zahlen gegenständlich fungieren, natürlicher etwa als die Sachverhalte $15 + 1 = 16$; $20 + 1 = 21$; $3 \times 16 + 1 = 49$, haben sie für ihre Träger ähnlich wie der tragische Sachverhalt für den seinen eine bestimmt kennzeichnende Wirkung, derzufolge die Konstitution des Zahlsachverhaltes für die des Zahlgegenstandes tingierende, fassungverleihende Bedeutung erhält. Eben diese Fassung koordiniert sich als zweite sekundäre und zwar auf außersystematischen Zahlsymbolen basierende jener ersten, die im Gegensatz zu ihr durch die dekadische Fassung selbst bedingt erscheint; wir werden sie als sekundäre unsystematische Fassung, oder kurz als unsystematische Tinktion festhalten, — man könnte auch von einer „notwendigen" Tinktion der Zahlen sprechen, insofern im Gegensatz zum tragischen Helden alle Zahlen als solche, d. h. weil sie einmal Zahlen sind, durch Zahlsachverhalte eine sie charakterisierende Tinktion erfahren.

Nehmen wir jetzt an, ein bestimmter Name erfasse die Zahl Vierzig an sich, so würde im Gegensatz zu ihm der deutsche Zahlname die eigentliche Zahl vielmehr in primärer und doppelter sekundärer Fassung begreifen, und zwar als dekadisch gefaßte, als Zehnzahl und als gerade Zahl. Die verschiedene ästhetische Bedeutung dieser drei Fassungsarten wird im Verlauf unserer Untersuchung noch erhellen.

2. Zahl und Anzahl.

Um der Unterscheidung der Begriffe Zahl und Anzahl willen müssen wir bei dem Begriff der Zahl noch kurz verweilen.

Den Ausgangspunkt für diese zweite, weniger gegenstandstheoretisch als nominal-definitorisch interessierte Erörterung gewinnen wir am besten, wenn wir ein weiteres Argument für die Bearbeitung gerade der arithmetischen unter den idealen Gegenständen an dieser Stelle anführen, das wir aus der großen Bedeutung der Zahlen als Anzahlen schöpfen. Es ist bekannt, welche Rolle die Zahl in allen künstlichen, und unter diesen wieder in allen logischen Schöpfungen, also vor allem den wissenschaftlichen und poetischen Werken spielt. Eben dies erleichtert die Aufgabe einer ästhetischen Durchdringung und Analyse der schlichten Zahlen, wie leicht einzusehen, nicht unbedeutend. Denn das Wesen und damit wenigstens der allgemeine ästhetische Charakter der Zahlen ist uns so — man denke nur an die Rolle, die die Zahl im Märchen spielt — von Jugend auf ein viel vertrauterer als etwa der der systematischen oder stilistischen Strukturen. In nichts wird ferner die etwa problematische Vorzeichnung oder Qualifikation bestimmter Zahlen bessere Belege finden als in der Häufigkeit und der Art ihrer Anzahlfunktion.

Diese Wichtigkeit der Anzahlen für die Ästhetik der Zahlen rechtfertigt die scharfe nominelle Scheidung beider, die der mathematischen Terminologie freilich widerstreitet. Denn die Arithmetik versteht unter Anzahlen im prägnanten Sinn die Kardinalzahlen, während Zahl für sie der höhere, Ordinal- und Kardinal- und alle anderen Zahlen umfassende Begriff ist. Aber dies braucht uns hier auf ästhetischem Gebiete nicht zu kümmern. Es genügt, wenn unser Sprachgebrauch als praktisch sich bewährt.

Doch es bedarf noch einer Bemerkung. Ueber der Unterstützung, welche uns die Anzahlfunktion der Zahlen zur Festlegung ihres ästhetischen Charakters gewährt, dürfen wir die Verschiedenheit nicht vergessen, die zwischen dem ästhetischen Charakter der Zahl und dem der Anzahl als solcher doch besteht. Vielleicht suchen wir die ästhetische Negativität, welche die Hundertundsechs im Gegensatz zur Hundert manifestiert, an dem Gegensatz einer Abteilung von hundert und einer solchen

von hundertundsechs Soldaten zur Evidenz zu bringen — und dies mit Recht. Aber hier dürfen wir nicht übersehen, daß der ästhetische Gegensatz in letzterem Falle ein weit bestimmterer, ja in geringem Grade vielleicht anders gearteter ist, als im ersteren. Denn eine Abteilung Soldaten, dies besagt immer so etwas wie eine geordnete, übersichtliche Menge. Daher ist die Positivität der Hundert als Anzahl einmal eine weit kräftigere im Gegensatz zur Hundertsechs als es die der reinen Zahl ist, sodann aber erhält die Hundert eben durch ihre konkrete Anzahlfunktion den ästhetischen Charakter der Uebersichtlichkeit und Ordnung, während, wie wir sehen werden, der der Zahl als ein merklich anderer zu bestimmen sein wird. Natürlich hindert dies uns keineswegs, den jeweils dargestellten ästhetischen Charakter bezw. die Vorzeichnung der jeweils betrachteten Zahlen als geltende vorzüglich an der Hand ihrer Anzahlfunktion zu bewähren; doch war es notwendig, auf die zu beobachtenden Differenzen, zugleich auf ein nicht uninteressantes ästhetisches Problem überhaupt hinzuweisen.

Was des näheren die verwandten Beispiele angeht, so sind sie ziemlich willkürlich aus dem Verfasser naheliegenden wissenschaftlichen und ästhetischen Gebieten gewählt. Da die ästhetische Bedeutung der Zahl vorzüglich in einem der reizvollsten halbkünstlerischen Gebilde, im Märchen, zutage tritt, so findet sich die Grimmsche Sammlung des öfteren herangezogen. Nicht ganz verständlich ist übrigens, wie wenig Beachtung selbst in den Kreisen der Märchenforscher das spezielle Problem der Anzahlen gefunden. Nur eine Arbeit Roschers über die „Sieben- und Neunzahl im Märchen" ist mir bekannt.[1] Daß eine Sammlung zahlästhetischen Materials, wie es in der Dichtkunst, Wissenschaft, Religion und Mystik in unermeßlicher Fülle sich bietet, für die Ästhetik, wie für die Märchen- und Volkskunde von größtem Interesse wäre, braucht kaum betont zu werden.

[1] Ihre Angabe verdanke ich der Liebenswürdigkeit des Herrn Privatdozenten Dr. von der Leyen in München.

3. Das Prinzip der Immanenz.

Hat so der Begriff der Zahl Klärung gefunden, so erübrigt es noch, kurz den der ästhetischen Immanenz zu präzisieren. Dies heißt nichts anderes, als eine der wichtigsten „Hinsichten" der deskripten Ästhetik[1] und — unmethodologisch gesprochen — eine allgemeinste der ästhetischen Qualitäten einer näheren Betrachtung zu unterziehen. Zu einer möglichst prägnanten Herausarbeitung ihrer scharf bestimmten Eigenart werden wir am besten gelangen, wenn wir zuvor, wenn auch nur summarisch, verschiedene andere ästhetische Qualitäten charakterisieren, wobei wir zugleich gerade in solcher Hinsicht qualifizierte Zahlen, die in dem einmal gesteckten Rahmen unserer Arbeit keinen Ort finden, exemplifizierend anführen können.

Die traditionelle Ästhetik erblickt in der „Reinheit" von Tönen und Farben einen hervorragenden ästhetischen Wert. Aber die kennzeichnende Kraft dieser metaphorischen Qualifikation steht hinter der einer anderen, der der Richtung, Linearität, oder auch Kontinuität zurück, während zugleich der stark bildliche Gehalt des Begriffs von störender Wirkung ist. Sprechen wir davon, ein Violinton, ein Harpeggio, ein Triller, ein Lauf auf dem Klavier, eine Farbfläche, eine Linie, qualifizierten sich ästhetisch in Hinsicht der Kontinuität, so ist damit eine möglichst scharfe Charakteristik vollzogen, deren metaphorisches Gepräge nahezu verwischt erscheint. Auf dem Gebiete der Zahlen sind in solcher Hinsicht ästhetisch qualifiziert Zahlen, wie Einhundertunddreiundzwanzig (123) oder Sechstausendsiebenhundertundneunundachtzig (6789); noch mehr Dezimalbrüche, wie 0,123456 oder 0,4444.

Nennen wir eine solche ästhetische Qualitätsrichtung oder methodische Hinsicht auch Prinzip, so stellt sich als weiteres

[1] Im Gegensatz zur Kunsttheorie als der transzendentalen, d. h. im schöpferischen Willen des künstlerischen Bewußtseins begründenden Lehre von den ästhetischen Gegenständen gilt uns die Ästhetik als die deskriptive Lehre von den ästhetischen Qualitäten. Beide Disziplinen konstituieren die allgemeine Ästhetik.

ästhetisches Prinzip das der „Spannung", dar. Ein Paukenwirbel schwelle langsam und in kontinuierlich sich steigernder Intensität bis zu einem Höhepunkt an, nehme dann ebenso kontinuierlich an Intensität ab und verhalle schließlich leise: unverkennbar ist es ein ästhetisch stark positives Gebilde, das in ihm sich uns bietet. Ebenso unverkennbar ist es aber ferner kein solches, das in Hinsicht der „Richtung" ästhetisch sich positivierte. Was in ihm vielmehr sich manifestiert, ist ein neues Prinzip, das wir als Prinzip der Spannung begreifen können.

Vielleicht zieht man um des poetischen Gehaltes dieses Begriffes willen den der Steigerung vor. Aber an seiner Annahme verhindert uns die Beobachtung, daß nicht nur in zeitlichen, sondern auch in räumlichen Gebilden das gleiche Prinzip sich offenbart. So vor allem im Rechteck nach dem goldenen Schnitt, dessen unleugbare ästhetische Positivität nicht auf einer eigenartigen mathematischen Relation, sondern auf der Ausgeglichenheit der Spannung beruht, die zwischen der größeren und kleineren Rechteckseite besteht. Von einer Steigerung zwischen den Seiten kann aber nicht wohl gesprochen werden, sodaß die gewählte Bezeichnung in natürlicher Weise sich legitimiert.

Freilich läßt sich die Frage aufwerfen, ob unser Prinzip der Spannung in Wahrheit ein selbständiges sei in dem Sinne, daß die Positivität und Negativität der Spannung nicht notwendig abhängig wäre von der Positivität der Richtung. Es scheint, als könnte von der Positivität der Spannung jenes Paukenwirbels nur gesprochen werden, wenn seine Richtung, ähnlich der eines gleichmäßig intensiven Trillers, eine freie und in sich einheitliche sei. Oder ließe es sich denken, daß die Spannung als solche eine freie, positive, der Wirbel als solcher aber ein ungleichmäßiger, stoßweiser, „abgehackter" wäre? Wir sind versucht, die Frage vorschnell zu verneinen. Aber eine nähere Erwägung belehrt uns, daß ganz wohl eine Reihe ungleichmäßig aufeinanderfolgender Paukenschläge sich denken läßt, von denen jeder gleichmäßig intensiver wird. Daß dennoch der ganze Wirbel ästhetisch negativ sich vorzeichnet, ergibt sich aus dem Ueber-

gewicht, welches das Moment der Richtung als charakterisierendes für zeitliche Komplexe besitzt. Eine Unselbständigkeit des Prinzips der Spannung resultiert hieraus nicht.

Hohe Töne haben vor tiefen, helle Farben vor dunkeln, Freude- vor Trauer- oder Ärgergefühlen den ästhetischen Vorzug, der ohne Zweifel weder als Positivität der Richtung, noch als solche der Spannung sich erkennen läßt. Freilich ist es nicht ganz leicht, einen passenden Terminus für das neue Prinzip zu finden, das hier zutage tritt, und es geschieht nur provisorisch, wenn wir von einem solchen des Akzents sprechen. Hohe Töne tragen einen anderen Akzent als tiefe, bestimmte Gefühle einen Akzent, der von dem anderer verschieden ist, und eben die verschiedene Akzentuierung bedingt unmittelbar verschiedene ästhetische positiv oder negativ vorgezeichnete Qualifikation. Auf arithmetischem Gebiete offenbart sich das Prinzip in dem ästhetischen Unterschied der positiven und negativen Zahlen, wo die mathematische Positivität und Negativität bei Qualifikation im Sinne des Akzents auch die ästhetische involviert.

Vergleichen wir diese drei Prinzipien der Kontinuität, der Spannung und des Akzents, vielmehr der ästhetischen Kontinuität, der ästhetischen Spannung, des ästhetischen Akzents — denn der Begriff des Ästhetischen ist als fundamentaler immer vorausgesetzt —, so können wir eine Verschiedenheit wahrnehmen, die zwischen ihnen im Sinne einer verschiedenen Struktur der Gegenstände, an denen sie sich offenbaren, besteht. Und zwar ergibt sich diese Verschiedenheit der gegenständlichen Strukturen aus dem Umstande, daß das „gespannte" Gebilde in stärkerem Maße als das „kontinuierliche", dieses wieder in stärkerem Maße als das „akzentuierte" fundiert erscheint. Vergleichen wir eine helle blaue, eine reine blaue und eine solche blaue Farbfläche, auf der in gleitendem Uebergange lichtestes zu tief dunklem Blau sich steigert, so sind alle drei als ästhetisches Gebilde in verschiedenem Maße fundiert: das zweite stärker als das erste, das dritte stärker als das zweite. Die Reinheit der Farbe, bezw.

die Positivität der Kontinuität setzt nebeneinander gelagerte Flächenteile voraus; dies aber in geringerem Grade als die Spannung der dritten Farbfläche, während im Gegensatz zu beiden die Helligkeit bezw. der positive Akzent des Blau getrennte Komponenten, die das einheitliche Gebilde erst resultieren lassen, gar nicht vorauszusetzen scheint.

Dies können wir jetzt auch so ausdrücken: die drei ästhetischen Prinzipien des Akzents, der Kontinuität und der Spannung manifestieren sich an Gebilden, deren jedes — bei gleichsinniger Reihenfolge — in stärkerem Maße als Resultante aus Komponenten sich darstellt.

Nunmehr erst reiht sich das Prinzip der Immanenz ganz natürlich diesen drei Prinzipien an, insofern es selbst wiederum an in stärkerem Grade fundirten Gebilden sich manifestiert, d. h. an Gebilden, die als einheitliche aus besonders selbständigen Komponenten resultieren. Ohne Zweifel ist der ästhetische Wert oder exakter die ästhetische Vorzeichnung (als positiv, negativ, positiv-negativ, indifferent usf.) kontinuierlicher ästhetischer Gebilde nicht abhängig von ihrer räumlichen oder zeitlichen Ausdehnung: eine Linie kann länger oder kürzer sein, eine Tonleiter drei oder vier Oktaven umfassen, ohne daß, was innig mit ihrer einheitlichen Komopisition zusammenhängt, hiedurch die Vorzeichnung dieser Gebilde als kontinuierlicher sich modifizieren würde. Als kontinuierliche haben sie, wie wir auch sagen können, weder Anfang noch Ende, sind sie, was besonders für Farbflächen paßt, völlig unbegrenzt. Nun bedingt in Wahrheit die Länge und Kürze, sowie die Art der Begrenzung dennoch eine verschiedene ästhetische Vorzeichnung solcher Gegenstände, doch nicht mehr als kontinuierlicher, sondern als mit anderer Struktur begabter Gebilde. Welcher Art dieselbe ist, ergibt sich leicht, wenn wir verschiedene Gebilde von anerkannter Relevanz der ästhetischen Qualifikation betrachten.

Die Linie von bestimmter Länge, die Farbfläche von bestimmter Kontur wurden schon erwähnt. Vergleichen wir des weiteren ein Viereck aus zitterig ungeraden Seiten mit einem

sicher und bestimmt gezeichneten, ein Rechteck (mit Ausnahme des Rechtecks nach dem goldenen Schnitt) mit einem Quadrat, einen ungenau aus freier Hand entworfenen Kreis mit einem anderen, der mit dem Zirkel gezogen ist, einen ungleichzackigen Stern mit einem gleichzackigen, einen konsonanten mit einem dissonanten Akkord, einen aus drei scharf im gleichen Punkt sich schneidenden Linien gebildeten Sechsstern mit einem anderen, dessen Mittelpunkt nicht scharf getroffen ist — wobei uns der Gegensatz der Vorzeichnung die Erkenntnis der verschiedenen Qualifikation jeweils erleichtern mag, so ist klar, wie im Unterschied zu den schon betrachteten diese Gebilde als einheitliche aus mehreren, voneinander deutlich geschiedenen Komponenten resultieren.

Für Quadrat, Viereck, Stern, Akkord bedarf dies keiner weiteren Bemerkung. Nur in Hinsicht der längeren und kürzeren Linie, des schlecht und gut gezogenen Kreises und Vierecks kann man fragen, inwiefern auch sie als ästhetische Gebilde aus deutlich geschiedene Komponenten sich zusammensetzen. Von der Linie mit bestimmter Länge bemerkten wir nun schon, daß sie im Gegensatz zur rein kontinuierlichen Linie begrenzt sei, d. h. zwei Enden besitze. Aus eben dieser zweiseitigen Begrenzung ergeben sich zwei, freilich im Unterschied zu denen des Rechtecks ideale Komponenten, welche die Linie von bestimmter Länge resultieren lassen. Poetisierend gesprochen, walten in ihr zwei nach den entgegengesetzten Enden tendierende Kräfte, während die rein kontinuierliche Gerade der Fluß einer einheitlichen Bewegung durchzieht. Und in ähnlicher Weise sind es ideale, als solche aber doch scharf geschiedene Teile, welche im Unterschied zur einfachen, sei es positiv oder negativ bestimmten Geraden und Kurve das positive oder negative Viereck, sowie den Kreis komponieren, was besonders deutlich wird, wenn wir uns den Kreis als Pappestück und nicht als Drahtring versinnlichen. Daß alle drei Gebilde, trotzdem sie keineswegs kontinuierliche sind, freilich dem Charakter derselben in stärkerem Grade sich nähern als ein Stern oder Akkord, ist

selbstverständlich. Die eingehende Analyse dieser Annäherungen und Differenzen ist Aufgabe der exakten Ästhetik.

Durch die größere Selbständigkeit ihrer Komponenten sind die betrachteten Gebilde aber augenscheinlich noch nicht wahrhaft charakterisiert, so dass sich schon jetzt ein neues Prinzip aufzeigen ließe, das in ihnen sich offenbarte. Denn sicherlich ist die Selbständigkeit der Glieder einer symmetrischen Struktur, die wir unter den obigen Gebilden nicht erwähnten, wiederum eine größere als die der Komponenten eines Quadrates, geschweige denn eines Kreises oder einer Linie. Dennoch aber — dies leuchtet ein — ist es dasselbe Prinzip, das in der längeren oder kürzeren Linie, im Akkord, wie in der symmetrischen Figur sich manifestiert. Zugleich mit dem relativen Merkmal der stärkeren Fundierung muß sich uns daher noch ein absolutes ergeben, welches sie alle als bestimmt ästhetisch qualifizirte eint.

Fragen wir einmal, was konsonante Akkorde in so starkem Maße vor dissonanten positiviert. Reihen wir zweistimmige Akkorde, Oktaven, Sekunden, Terzen, Quarten, Quinten, Sexten, Septimen aneinander, so bemerken wir, wie Oktaven, Quinten und Terzen gegen Quarten und Sexten, diese wieder gegen Sekunden und Septimen in sich einig, sicher, bestimmt, gefestet erscheinen. Und zwar ist hier der Nachdruck auf das „in sich" zu legen. Auch ästhetisch positive Linien und Triller sind „in sich" frei und einig, dies aber in einem weit weniger prägnanten Sinne als wir es jetzt meinen. Von Linien und Trillern als in Hinsicht der Kontinuität qualifizierten Gebilden fanden wir, daß sie als solche weder Anfang noch Ende besäßen; und schon damit kann von einer Positivität des „Inneren" solcher Gebilde im strengen Sinne nicht gesprochen werden. Hingegen stellt sich die ästhetische Positivität der jetzt betrachteten Gebilde, so ganz deutlich die jener Akkorde als eine solche des „in sich" dar; schon die Rede von konsonannten und dissonanten Akkorden legt dies nahe. Denn konsonante Akkorde sind in Wahrheit positiv „in sich", weil in ihnen verschiedene, gesonderte

Komponenten gleichsam nach innen gewandt zu freiem, positivem Zusammenschluß sich vereinigen. Und das gleiche gilt von der ästhetischen Qualifikation von Kreisen, Quadraten, längeren oder kürzeren Linien, Sternen, symmetrischen Figuren usf. Auch ihre Positivität und Negativität ist im prägnanten Sinne eine solche des „in sich", die unmittelbar verschieden ist von der der ästhetisch kontinuierlichen, gespannten und akzentuierten Gebilde.

So gewinnen wir denn eine neue ästhetische Qualität, ein neues Prinzip, nämlich das des „in sich", das wir mit umfangerweiternder Verwendung eines Terminus der Lippsschen Ästhetik[1] als Prinzip der ästhetischen Immanenz festhalten können. Die Gebilde, in denen es sich offenbart, werden wir kurz immanent qualifizierte oder immanente Gebilde nennen.

An der Hand der verwandten Beispiele lassen sich nun noch verschiedene Differenzierungen des Prinzips der Immanenz unterscheiden. Vor allem die in einfache und zusammengesetzte Immanenz. So ist einfach die Immanenz der einzelnen Akkorde und geometrischen Figuren, zusammengesetzt die der symmetrischen und konsekutiven musikalischen Gebilde. Die einfache Immanenz differenziert sich wieder zu der der Verschmelzung (Akkorde, vielleicht auch Kreise und Ellipsen) und der Nichtverschmelzung (Quadrate, Rechtecke, Polygone). Vergleichen wir von den letzteren Gebilden ein stumpfeckiges, schiefes Viereck mit einem spitzeckigen, rechtwinkligen, ferner ein solches Quadrat, von dem ein Stück weggebrochen, mit einem unversehrten, so gewinnen wir zwei neue Differenzierungen des Prinzipes der einfachen Immanenz der Nichtverschmelzung zu den allgemeinen Qualitäten der Festigkeit und der Ganzheit. Eine weitere negative Differenzierung der einfachen Immanenz, die allein auf arithmetischem Gebiete möglich ist, wird uns bei Betrachtung der unendlichen Dezimalbrüche begegnen.

[1] a. a. O., S. 57 ff.

Damit darf nach der vollzogenen Scheidung der Begriffe der Zahlen an sich und der erscheinenden Zahlen, dann der Zahlen und Anzahlen, sowie der ästhetischen Prinzipien des Akzents, der Kontinuität, der Spannung und der Immanenz die Klärung des Begriffs der immanent qualifizierten Zahlen als für die nächsten Zwecke dieser Untersuchung wenigstens zur Genüge vollzogen erachtet werden. Wir treten nun in die eigentliche Untersuchung ein.

II. Zahlindividuen.

Aus dem Gesichtspunkt der ästhetischen Positivität einer wissenschaftlichen Systematik lassen sich gegen die Anordnung der uns beschäftigenden Materie ohne Zweifel berechtigte Einwände erheben. Fordern doch die Interessen einer exakten Ästhetik, die als deskriptive Disziplin durch spezifische Blickrichtung sich kennzeichnet, in erster Linie die Eruierung des ästhetischen Charakters von Zahlgattungen, an die sich mehr anhangsweise dann die Betrachtung ästhetisch ausgezeichneter Zahlindividuen zu reihen hat.

Doch ein Zwiefaches rechtfertigt die von uns getroffene Ordnung. Schon die im Titel unserer ganzen Untersuchung angedeutete Zielsetzung läßt erkennen, daß unsere Ausführungen keineswegs das methodisch straffe Programm einer abschließenden, systematischen Ästhetik einzuhalten gedenken; darum nämlich, weil sie nicht abschließender Natur sein, sondern ein spezielles ästhetisches Problem im Grunde erst aufzeigen wollen. Wir stehen ja auf ästhetischem Neuland, wo es erlaubt, wenn nicht gar gefordert ist, die zur Verfügung stehenden Werkzeuge am Nächstliegenden erst zu prüfen und zu schärfen, ehe zur zielbewußten und planmäßigen Rodung geschritten wird. Was uns aber zunächst liegt, sind nicht Zahlspezies wie die gerade Zahl, die Quadratzahl, oder Zehnzahl, sondern individuelle Zahlen, als welche in erster Linie die eigentlich erfaßten von Eins bis Zehn sich darstellen. Sie als die „alltäglichen" Zahlen erleichtern uns die Aufgabe, die ästhetischen Qualitäten der Zahlen zu analysieren, zweifellos um ein Bedeutendes, was nicht zum wenigsten mit der Häufigkeit ihrer Anzahlfunktion zusammenhängt. Mit ihnen werden wir uns daher zuerst beschäftigen müssen.

Dazu kommt ein zweiter Grund. Der systematischen Ordnung, so meinten wir, entspreche es besser, wenn die Zahlindividuen nur anhangsweise, d. h. nach der streng spezifischen Untersuchung betrachtet würden. Mit „streng spezifischer" Untersuchung ist aber im Grunde keineswegs das Gleiche gemeint wie mit der Untersuchung von Zahlgattungen, vielmehr eine deskriptive Differenzierung der allgemeinsten ästhetischen Qualitätsrichtungen. Einer spezifischen Untersuchung in diesem Sinne widerstreitet natürlich jede spezielle Untersuchung eines einheitlichen Gegenstandsgebietes am Leitfaden des Uebergangs von positiver zu negativer Vorzeichnung (in welcher Weise unsere Untersuchung sich vollziehen wird), sodaß auch, da nun selbst unsere Analyse der Zahlgattungen keineswegs die eigentlichen Forderungen des ästhetischen Systems erfüllt, aus systematischem Gesichtspunkt dem Vorangehen der individuell vor der spezifisch gerichteten Betrachtungsweise nichts im Wege steht.

1. *Die Eins.*

Es scheint eine leichte Ironie darin zu liegen, daß die erste Zahl, deren individuell-ästhetisches Wesen wir fassen wollen, unseren Bemühungen sich entzieht. Es ist die Eins, deren absolute ästhetische Indifferenz wir — wenigstens aus unserem Gesichtspunkt der immanenten Qualifikation — behaupten müssen. Freilich kann nun gerade dies zum Problem werden, und wir erhielten damit ein erstes Problem der Ästhetik der Zahlen.

Daß die Sonden, welche uns die unterschiedenen Modifikationen des Prinzips der Immanenz an die Hand geben, bei ihrer Anwendung auf die individuelle Eins versagen, ist deutlich. Oder vermöchten wir die ästhetische Eigenart der Eins etwa zu erkennen als solche der Immanenz im Sinne der Symmetrie oder der Verschmelzung oder der Festigkeit? Dies erscheint unmöglich.

Vielleicht liegt es an der Unschärfe der prinzipiellen Gesichtspunkte. Aber einmal dürfte sich wohl in keiner der bis

jetzt verfaßten Ästhetiken ein für unsere Zwecke irgendwie geeignetes Prinzip finden, sodann aber wird sich die völlig genügende Schärfe und Geschicktheit dieser Modifikation bei allen weiteren Zahlen unverkennbar bewähren. So bleibt uns, sofern wir uns nicht bei der Behauptung der ästhetischen Indifferenz der Eins beruhigen, nichts anderes übrig, als die Entscheidung über ihre ästhetische Eigenart zu vertagen.

Freilich ist ein Einwand denkbar. Haben wir nicht ein kurz zuvor noch angedeutetes Mittel, die ästhetische Wesenheit gerade der Zahlen von Eins bis Zehn zu erkennen, unbenützt gelassen, nämlich die Reflexion auf die Anzahlfunktion unserer Zahl? Und ergibt sich nicht aus dieser ein ganz bestimmter, deutlich erkennbarer ästhetischer Charakter der Eins? Man denke an Begriffe wie Monotheismus, Monismus, an das ἓν καὶ πᾶν der Eleaten.

Doch gerade diese Beispiele einer Anwendung der Eins rechtfertigen es, daß wir mit Absicht die angedeutete Reflexion unterließen. Denn in ihnen allen ist die Rede nicht von einem (im streng numerischen Sinne), sondern von einem einzigen — sei es Gott oder Weltprinzip, das als solches Einziges nur im Gegensatze zur Vielheit seinen unleugbaren ästhetischen Wert behauptet, welcher Wert eben darum kein eigentlicher der Zahl ist. Ob ich die Zahl Fünfundzwanzig ins Auge fasse oder ihre Anzahlfunktion in der Redensart „fünfundzwanzig Hiebe" — beidemal ist der ästhetische Wert der der Zahl; nicht so, wenn ich die Zahl Eins schlicht betrachte oder ihre Anwendung in dem „es ist nur ein Gott". Im letzteren Falle resultiert der ästhetische Wert des „ein Gott" aus dem Gegensatz zur unendlichen Vielheit der Welt, über die des Gottes Allmacht sich breitet, im ersteren aus der einfachen Zahl selbst. Ein weiterer Beleg: man betrachte ein Auktionsverzeichnis, auf dem die Versteigerung von 1 Tisch, 1 Spiegel, 3 Stühlen, 5 Schränken, 16 Bilderrahmen, 100 Büchern angekündigt ist. Ganz deutlich bemerken wir eine bestimmte ästhetische Qualifikation der angewandten Zahlen Drei, Fünf, Sechszehn, Hundert; nicht

aber eine solche der Eins. Daß es gerade 1 Tisch und 1 Spiegel ist, macht — psychologisch gesprochen — auf uns keinen Eindruck, während es unmittelbar ästhetisches Wohlgefallen ist, daß die Vorstellung der drei Stühle, der hundert Bücher auf Grund der jeweiligen Anzahl in uns auslöst.

Somit müssen wir hypothetisch die Behauptung der absoluten ästhetischen Indifferenz der individuellen Eins (aus immanentem Gesichtspunkt) aufrecht erhalten.

2. Die Zwei.

Anders verhält es sich mit der Zwei.

Hier ist es unverkennbar die innere Einheit der absoluten Symmetrie, welche die ästhetische Positivität der Zwei ausmacht. Es kann wohl nicht anders gesagt werden, als daß wir in ihr als ästhetisch qualifiziertem Gegenstande die gleiche Freiheit der immanenten Beziehung erfassen, welche zwei auf eine reale oder ideale Ache bezogenen Quadraten ästhetische Positivität verleiht.

Und doch wieder ist die Positivität der Zwei als idealer Zahl eine andere als die solch symmetrischer Quadrate, allgemein gesprochen, eine andere als die aller räumlich symmetrischen Gebilde, deren (radiale oder Achsen-)Symmetrie aus zwei, zwar einheitlich auf einen gemeinsamen linearen oder punktuellen Einheitspunkt symmetrisch bezogenen, als solche aber selbständigen Gebilden sich konstituiert. Was in ihr der ästhetische Blick vielmehr erfaßt, ist ein absolut einheitliches Gebilde, in dem wir zwei symmetrisch auf eine gemeinsame Achse bezogene selbständige Teilgegenstände keineswegs zu entdecken vermögen. Nennen wir die Symmetrie getrennter, räumlicher Gebilde explizite Symmetrie, so ist die der Zwei vielmehr implizite Symmetrie. Man versteht, was wir meinen: die unleugbar bestehende ästhetische Positivität der Zwei als immanent qualifizierter Zahl kann nicht anders begriffen werden denn als Symmetrie, im deutlichen Unterschied zu der räumlicher Gebilde aber nur als implizite Symmetrie. Damit hätten wir schon in der Zwei einen

Beleg gewonnen für die behauptete Autonomie des Idealen in Hinsicht seiner ästhetischen Qualifikation; dies, insofern der bisher wohl kaum differenzierte Begriff der Symmetrie mit der ersten ernstlichen Erörterung aus der Ästhetik der Zahl eine Spaltung in die beiden Arten der expliziten und impliziten Symmetrie erfahren hat.

Was diese Erkenntnis der ästhetischen Qualifikation der Zwei als einer solchen der impliziten Symmetrie besagt, erhellt noch weiter aus folgender Reflexion. Wir sprachen bisher von der Zahl Zwei als dem rein arithmetischen Gebilde, welches die zweite Stelle der Zahlenreihe einnimmt. Vielleicht will man ihre ästhetische Qualifikation besonders scharf durchdringen, indem man auf ihre Anzahlfunktion hinweist, wie sie zutage tritt in den „zwei Brüdern" (60. Märchen bei Grimm), den zwei Teilen des „Faust", den zwei Testamenten; in Antithesen, wie Sein und Werden, Form und Stoff, Seele und Körper.

Doch hier bewährt sich unsere eindringliche Scheidung von Zahl und Anzahl, beziehungsweise der ästhetischen Eigenarten beider. So können die genannten Antithesen kaum zur Materie einer Ästhetik der Zahl gerechnet werden, weil ihre ästhetische Positivität zum überwiegenden Teil in der Antithetik selbst, also in einem rein logischen Momente, und nicht in der arithmetischen Zweiheit gründet. Anders verhält es sich mit jener Anzahlfunktion der Zwei, wie sie in dem Märchen „die zwei Brüder" und die „beiden Wanderer" (107. bei Grimm) vorliegt, und zwar anders in dem Sinne, daß hier wohl die ästhetische Positivität des Dualismus arithmetisch fundiert, dennoch aber nicht mit der der reinen Zahl qualitativ identisch ist: im Gegensatz zum einfachen Begriff der Zahl meint der der Anzahl immer zwei Gegenstände — so in der Rede von zwei Brüdern — und diese bilden nun eine eigenartige symmetrische Einheit. Eigenartig darum, weil sie weder als explizite, noch als implizite Symmetrie zu begreifen ist. Denn während die explizite Symmetrie logisch-idealer Gegenstände auf bestimmter qualitativer, vorzüglich antithetischer Korrespondenz der beiden selbständigen Ge-

genstände, die implizite auf der eigentümlichen Struktur der arithmetisch-idealen Zwei beruht, sind in der Komplexion „zwei Brüder" die Teilgegenstände zwar selbständig erfaßt, schließen sich aber symmetrisch zusammen nur, insofern sie eben zwei sind, nicht aber weil sie etwa in bestimmter antithetischer Weise sich qualifizierten, so, wie Seele und Körper, Form und Stoff, Bruder und Schwester,

Und zwar scheint mir noch eine weitere ästhetische Differenz vorzuliegen zwischen den „zwei Brüdern" und den „beiden Wanderern" derart, daß der Ausdruck „beide" in stärkerem Maße als „zwei" die explizite Symmetrie betont. Danach ließe sich, sofern wir, freilich abgeschwächt, auch in Antithesen ein arithmetisches Moment der Zweiheit als ästhetisch-positivierend anerkennen, für die zwei eine ästhetische Nuancenreihe aufstellen, die von der schlichten Zahl über die verschieden qualifizierten Anzahlen „zwei" und „beide" zur Antithese führte. So hätten wir nicht weniger als vier neue Formen der Symmetrie gewonnen und, was in diesem Zusammenhange am wichtigsten ist, vor allem den Begriff der impliziten Symmetrie festgelegt.

Die Zwei als Individualität war es, die uns beschäftigte. Etwas ganz anderes ist es, wenn wir die Zwei als gerade Zahl betrachten und fragen, was ihr vor der Eins oder Drei oder Sieben den gleichen Vorzug verleihe, welcher der Zweiundvierzig und Eintausendundsechs vor der Dreiundvierzig und Eintausendundsieben eignet. Denn in dieser Frage ist die Zwei nur Repräsentant einer Gattung, um deren ästhetische Qualifikation es sich eigentlich handelt. Im Zusammenhang dieser Frage werden wir der Zwei erst später begegnen.

3. Die Drei.

Wer gewohnt ist, die alltäglichen Zahlen nicht als Individuen, sondern als Gattungsrepräsentanten vorzüglich der Spezies der geraden-ungeraden Zahlen ästhetisch zu erfassen, wird vielleicht Einspruch erheben, wenn wir im folgenden der Drei

vor der Zwei die stärkere ästhetische Positivität zuerkennen. Aber einmal lehrt der unmittelbare Vergleich, daß die Drei als reine Zahl eine kaum zu übertreffende Positivität besitzt; sodann ist — anders als bei der Zwei — die ästhetische Eigenart der Drei als Zahl wie als Anzahl die gleiche; und endlich vermag die Drei als Anzahl noch außerdem auf Grund der Bedeutung der Dreiheit für jede zeitliche oder logische Konsekution eine neue ästhetische Nuancierung zu gewinnen.

Hinsichtlich der ästhetischen Qualifikation der Drei läßt sich sagen, daß in ihr das Prinzip der Immanenz auf's befriedigendste sich manifestiere. Die Positivität der Drei ist die der absoluten Immanenz. Was die besondere Art dieser Immanenz betrifft, so leuchtet ein, daß es sich — um von der der Symmetrie ganz zu schweigen — weder um die der Verschmelzung noch auch der Festigkeit allein, vielmehr um eine Kombination aus beiden, wie sie in dieser Art einzig bei der Drei sich ergibt, handeln kann. Vergleichen wir aus diesem Gesichtspunkt die Drei mit der Zwei, so können wir die Analogie der verschiedenen ästhetischen Positivität zweier Punkte und dreier, die wie die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks einander zugeordnet sind, heranziehen. Gleichwie jene geometrisch nur eine Linie, diese aber eine Fläche bestimmen, und wie ästhetisch der Koordination der zwei Punkte nur die Sicherheit und Festigkeit einer Linie, der drei Punkte aber die der Fläche eignet, so erscheint auch im Gegensatz zur Zwei die Drei als reine Zahl in sich gefestigter. Ähnlich wie nun in der impliziten Symmetrie, welche die Zwei positiviert, das allgemeine Prinzip in gleichsam innigerer Weise als in der des räumlichen Gebildes zutage tritt, ist auch die immanente Einheitlichkeit der Drei eine besonders innige. Freilich kann nicht in gleicher Weise von einer impliziten Immanenz der Drei als reiner Zahl gesprochen werden, da nur die Immanenz der Symmetrie, als immanente Beziehung auf eine lineare oder punktuelle Achse, auf absolut selbständigen Gebilden sich aufbaut, nicht aber die eines Akkordes oder Quadrates.

Was diese absolute Immanenz, Festigkeit, Sicherheit, Bestimmtheit der Drei besagt, ergibt sich noch deutlicher aus ihrer Anzahlfunktion. Man kann hier fragen, warum im Gegensatz zur Zwei die Anzahlfunktion der Drei für sie nicht eine von der reinen Zahl unterschiedene ästhetische Qualifikation involviere. Nun wurde eben festgestellt, daß es nicht angehe, von einer besonderen impliziten Immanenz der reinen Drei zu sprechen, die im Gegensatz zu einer expliziten oder halb expliziten Immanenz stehen könnte. Dazu kommt eine weitere Erwägung, die geeignet ist, diese Darlegung zu vertiefen. Von der Betrachtung der reinen Zahl zu der der Anzahl übergehend, scheint es mir nämlich, als sei die Bedeutung jedes Anzahlkomplexes (50 Gegenstände) als eines solchen eigenartig tingiert durch das intentionale Moment eines gewissen „Nebeneinander". Wir erfassen die gezählten Gegenstände gleichsam als aneinandergereihte, gleichgültig ob es zwei oder hundert oder tausend Gegenstände sind. Und dieses logische Moment wäre es nun, welches die implizite Symmetrie der reinen Zwei relativ explizierte, insofern das Nebeneinander gerade zweier Gegenstände unmittelbar die ästhetische Beziehung der Symmetrie bedingt im deutlichen Gegensatz zum Nebeneinander dreier Gegenstände. Erkannten wir doch die ästhetische Eigenart der reinen Drei als solche der absoluten aus Festigkeit und Verschmelzung komplizierten Immanenz, welche bei der Anzahlfunktion der Drei das Moment des „Nebeneinander" nur äußerlich und in keiner Weise explizierend zu bereichern vermag.

Wie groß die ästhetische Positivität der Anzahl Drei ist, genauer, wie deutlich die ästhetische Eigenart der Drei sich als absolute Immanenz, feste Geschlossenheit, sicheres Gegründetsein begreifen läßt, kann hier nur durch wenige Beispiele bekräftigt werden, aber schon diese lassen es nur immer unverständlicher erscheinen, daß die Ästhetik bis jetzt an einem so eminent ästhetischen Phänomen vorübergehen konnte. Beachten wir nur einmal den krassen Unterschied der ästhetischen Positivität, der in der Rede von sechs anstatt von drei Disziplinen

der Philosophie zutage tritt. Die Dreiheit der Disziplinen erscheint uns allein ästhetisch möglich. Und so finden wir denn die erst aus dem Gesichtspunkt der kritischen Philosophie sachlich legitimierte Dreiheit des philosophischen Systems schon in der Einteilung der antiken Philosophie in Physik, Ethik, Dialektik. Welche — freilich auch nicht immer sachlich begründete — Rolle die Dreizahl erst in der kantischen Philosophie spielt, bedarf kaum der Erinnerung. Sagt doch Kant selbst einmal: „Man hat es bedenklich gefunden, daß meine Einteilungen in der reinen Philosophie fast immer dreiteilig ausfallen. Das liegt aber in der Natur der Sache."[1] Man denke ferner an die Dreizahl in der vedischen Systematik (Samhitās, Brāhmanas, Sūtras) in der christlichen Dogmatik (Dreieinigkeit), in der Psychologie (Fühlen, Denken, Wollen), Logik (Begriff, Urteil, Schluß), Kunsttheorie (Ton-, Bild-, Dichtkunst). Das Sprichwort meint: „Aller guten Dinge sind drei"; Jon von Chios: „Alles ist drei und nichts mehr oder weniger als diese drei. Eines jeden einzelnen Vorzüglichkeit eine Dreiheit: Verstand, Kraft, Glück."[2] In den Titelüberschriften der Grimmschen Märchen finden wir dreizehnmal die Anzahl drei, dann folgt zwölf mit nur viermal.

Die mit Absicht etwas bunt gewählten Beispiele genügen, um darzutun, wie die für die reine Zahl drei statuierte Positivität als solche absoluter immanenter Geschlossenheit auch für die Anzahl evidentermaßen besteht. Aber nicht allein hieraus resultiert die ästhetische Relevanz der Dreizahl, sondern, wie schon angedeutet, zuletzt noch aus der überragenden Bedeutung der Dreiheit für jede Konsekution. Freilich muß sich hier mit Recht die Frage erheben, ob diese Bedeutung der Dreiheit im strengen Sinn eine solche der Dreizahl sei. Denn wir müssen alsbald bemerken, daß in der konsekutiven idealen oder realen Dreiheit keineswegs allein das Prinzip der Immanenz, sondern in hervorragender Weise auch das der Spannung positivierend sich manifestiert. Das heißt, es ist eine ästhetisch überaus po-

[1] Kritik der Urteilskraft (Kehrbach) S. 38, Anm.
[2] Diels Fragmente der Vorsokratiker, S. 230.

sitive Komplikation von Spannung und Immanenz, welche einen der stärksten ästhetischen Werte erzeugt. Denken wir uns z. B. ein aus unterschiedenen realen oder idealen Gliedern sich konstituierendes konsekutives Gebilde, so wird dasselbe als konsekutives durch Positivität der Spannung, als aus getrennten Gliedern bestehendes durch Positivität der Immanenz einheitliche ästhetische Positivität sich sichern. Beides aber wird — ohne daß es sich hier um eine tiefer dringende Analyse handeln könnte — zugleich erreicht durch die Dreiheit der Glieder. Man denke nur an das Maximum ästhetischer Positivität, das dem trivialen „Eins — zwei — drei" eignet. Die Positivität, welche die Dreiheit hier vorzüglich auf sinnlichem Gebiete besitzt, bleibt ihr natürlich auch auf rein idealem gewahrt, wenn es sich etwa um eine Schlußfolge handelt (zwei Prämissen und Konklusio). Denn der aufgezeigte ästhetische Wert ist Positivität der Konsekution als solcher.

Warum erwähnen wir dies in unserem Zusammenhange? Beschäftigen wir uns doch mit der Ästhetik der Zahlen und Anzahlen, nicht aber der Konsekutionen. Unsere Abschweifung kann sich daher nicht anders legitimieren, als dadurch, daß aus der starken ästhetischen Positivität der konsekutiven Dreiheit nun auch eine Positivität der Drei wenigstens als Anzahl resultiert. Dies trifft denn auch zu, insofern begrifflichen Komplexionen, in denen die Drei zwar als Anzahl fungiert, ihre eigentliche ästhetische Positivität jedoch nur aus dem Hinweis auf Konsekutionen sich ergibt, eine systematische Zwischenstellung eingeräumt werden muß, derart, daß auch die Ästhetik der Zahl diesen Wert der Drei als Anzahl zu berücksichtigen hat. Hiefür spricht z. B. die Art der ästhetischen Positivität der Dreiheit, wie sie in einem Satze Klaras in Hebbels „Maria Magdalena" sich findet. „Drei Brunnen triffst Du auf dem Wege zu ihm — daß Du mir an keinem stehen bleibst." Das Moment des Nacheinander erscheint hier so gänzlich in den Sinn des Begriffskomplexes „drei Brunnen" eingeschmolzen, daß die Intention auf den Sachverhalt des konsekutiven Vorübergehens

an den Brunnen stark zurücktritt. Nicht ganz so verhält es sich, wenn wir von drei Geschichtsepochen (Antike, Mittelalter, Neuzeit) oder drei Entwicklungsphasen des Seienden bei Proklus, des Absoluten in der Romantischen Philosophie sprechen, weil nicht im Begriff des Brunnens, wohl aber in dem der geschichtlichen Epoche und der Entwicklung die Bedeutung der konsekutiven (und zwar hier zeitlich konsekutiven) Erstreckung sich birgt. Dennoch erscheint es um des Unterschiedes willen, der zwischen der ästhetischen Qualifikation des Gegenstandes „drei Geschichtsepochen" und des Gegenstandskomplexes „Antike, Mittelalter, Neuzeit" besteht, gerechtfertigt, wenn wir zur Herausarbeitung der ästhetischen Positivität der Drei nicht als reiner Zahl, aber doch als Anzahl auch der Bedeutung der Dreiheit für jede Konsekution Erwähnung taten.

Noch aus einem anderen Gesichtspunkt ist diese weitere Positivität der Anzahl Drei für uns von Interesse. Denn während die ästhetische Positivität der Drei in der Dreiheit der philosophischen Systeme etwa aus der Positivität der reinen Zahl, ja der Drei „an sich" resultiert, ist diese neue Positivität vielmehr eine solche der eigenartig tingierten Drei (tingiert durch die Dreiheit der positiven Konsekution). Nun haben wir bei Gelegenheit der Scheidung von erscheinender Zahl und Zahl an sich neben einer primären Fassung zwei weitere Fassungen oder Tinktionen unterschieden, deren zweite aus der Einbettung aller Zahlen in „natürliche" Zahlsachverhalte sich ergab. Um eine solche Tinktion der Drei handelt es sich hier gewiß nicht. Doch um eine ähnliche, insofern sich aus der Dreiheit der Glieder eines konsekutiven Komplexes, damit also aus der eigenartigen Struktur eines (sachverhaltlichen) Gegenstandes, und nicht eines Sachverhaltes eine ästhetisch bedeutsame Tinktion der Drei als Anzahl folgt. Hieraus erklärt es sich auch, daß wir sie oben nicht berücksichtigten.

Soviel von der ästhetischen Qualifikation der Drei als Zahl und Anzahl.

4. Die Vier, Fünf, Sechs.

Die scharf ausgeprägte Physiognomie, welche die Zwei und Drei auszeichnete, fehlt den unmittelbar folgenden Zahlen als individuellen Gebilden. Wenigstens scheint es mir, als sei es mit Hilfe der analytischen Sonden, welche wir in den Differenzierungen des Prinzips der Immanenz besitzen, unmöglich, eine ausgesprochene ästhetische Persönlichkeit an Zahlen, wie der Vier, Fünf und Sechs aufzuzeigen. Gewiß eignet auch ihnen relativ mehr Persönlichkeit als etwa den Zahlen Hundertdreiunddreißig oder Zweihundertundneun; diese geht aber doch nahezu unter im Gattungscharakter.

Versuchen wir die ästhetische Charakteristik der Vier, so kann man wohl bei einfacher Uebertragung des mathematischen Verhältnisses ins Ästhetische von einer Potenzierung des ästhetischen Charakters der Zwei sprechen, als welche sich die unleugbare Positivität der Vier begreifen lasse. Hier wie dort finden wir das Prinzip der Symmetrie implizit manifestiert, eine absolute innere Gleichgewichtigkeit; diese aber in der Vier nicht mehr mit der gleichen Straffheit und Entschiedenheit der „Achsenbeziehung", welche die starke Positivität der Zwei bedingte. Die Symmetriehälften sind gleichsam breiter geworden.

Aber man kann die Stichhaltigkeit dieser Interpretation anzweifeln. Und gewiß muß die Vier nicht notwendig aus dem Gesichtspunkt der Symmetrie allein ästhetisch begriffen werden. Man kann in ihr allgemein eine Manifestation des Prinzips der Immanenz erkennen, ohne daß es gerade das der symmetrischen Immanenz sein müßte. Die Vier scheint sich, besonders wenn wir sie in ihrer Anzahlfunktion (Vier Jahreszeiten, „die vier kunstreichen Brüder") beobachten, in innerer Geschlossenheit zusammenzufassen, vielleicht so, wie die vier Punkte eines Quadrates, nicht aber so, wie zwei auf eine gemeinsame Achse bezogene symmetrische Hälften. Ob diese Interpretation die richtigere ist, mag schwer zu entscheiden sein. Gerade dies aber erweist den weniger deutlichen und vagen Persönlichkeits-

charakter der Vier. Ihre eigentliche ästhetische Positivität gewinnt sie doch wohl aus ihrer Geradheit.

Vielleicht meint man, vorzüglich wenn wir wie hier im Fortgang der ästhetischen Untersuchung von der Vier zur Fünf innerhalb der Zahlenreihe übergehen, eine echte Individualität und ausgeprägte Persönlichkeit der letzteren deskriptiv erfassen zu können. Aber eine kurze Besinnung führt darauf, daß die vermeintliche Individualität der Fünf nur aus ihrer eigenartigen Mittelstellung als der Hälfte von Zehn resultiert, eine „Individualität", die sie mit allen Fünfzahlen teilt. So ist ihre starke ästhetische Positivität im Grunde gattungsmäßiger Natur. Dies hindert freilich nicht, daß sie doch wieder innerhalb ihrer Gattung als einziger eigentlich erfaßter Träger des generellen Charakters eine gewisse Persönlichkeit behauptet, nur daß diese als solche keine echte wie die der Drei oder Zwei ist.

Etwas besser steht es um die Sechs. Vielleicht ist es die gleiche Möglichkeit, durch Zwei wie durch Drei geteilt zu werden, welche ihr den Charakter einer eigetümlichen ästhetischen Indifferenz verleiht. Eigentümlich nämlich, insofern die Indifferenz der Sechs ihr unmittelbar eine Art Persönlichkeit verleiht, während die Indifferenz der Eins gerade den Mangel einer solchen ausdrückt. Wenn diese letztere auf so etwas wie eine gewisse Farblosigkeit hindeutet, liegt in der Indifferenz der Sechs vielmehr etwas von Trockenzheit. Man vergleiche sie nur mit der Fünf oder Drei. Aber teilt sie diesen Charakter nicht mit allen in gleicher Weise indifferenten Zahlen, sodaß sie gleich der Fünf nur gattungsmäßig, nicht aber individuell ästhetisch sich qualifizierte? Diese Frage erscheint mir verneint werden zu müssen, insofern die ästhetische Positivität, welche allen in ähnlicher Weise indifferenten Zahlen, wie Achtzehn, Sechsundzwanzig usf. als geraden Zahlen eignet, der Sechs auf Grund gleich nahe liegender Teilung durch Drei wie durch Zwei in gewisser Weise versagt ist. Die schärfere ästhetische Bestimmung des „trockenen" Charakters der Sechs rechtfertigt vor allem ein Vergleich derselben mit der Acht, für welche

ein gleiches Schwanken der Divisionsrichtung im Sinne der Möglichkeit, durch Zwei wie Drei geteilt zu werden, nicht besteht. Auf jeden Fall verbleibt der Sechs im Gegensatz zur Fünf ein, wenn auch nur um weniges stärker ausgeprägter ästhetischer Charakter.

Diese Feststellung bedarf noch der Präzisierung. Was besagt denn im Grunde die Möglichkeit, durch Zwei und Drei geteilt zu werden, vielmehr die gleich naheliegende Teilung für den ästhetischen Charakter der Sechs? Wenn wir die Sechs ins Auge fassen, meinen wir doch nicht die durch Drei (in gleich naheliegender Weise) teilbare Sechs. Dies ist gewiß; aber doch ist, wie jede Zahl, die Sechs durch die mathematischen Sachverhalte und zwar durch die natürlichen mathematischen Sachverhalte, in denen sie Gegenstand ist, in bestimmter Weise gefärbt, ganz ähnlich wie der tragische Held tragisch ist als Subjekt eines tragischen Sachverhaltes. Die Sechs ist bestimmt gefärbt sowohl durch den Sachverhalt $2 \times 3 = 6$, wie durch den anderen $3 \times 2 = 6$, insofern beide als gleich natürliche Sachverhalte für die Sechs erscheinen. Und erst diese Färbung bedingt den eigenartigen Charakter der Sechs.

Daß wir für die Vier, Fünf und Sechs einen ersichtlichen Mangel ästhetischer Individualität behaupteten, rechtfertigt sich in überraschender Weise durch die geringe Bedeutung, welche diese Zahlen als Anzahlen besitzen. So finden wir die Vier in der Grimmschen Märchensammlung nur im Titel des 129. Märchens „Die vier kunstreichen Brüder", ferner in der systematischen Ordnung der vier Evangelien, Elemente und Veden. Die Fünf ist bedeutungsvoll als Anzahl in den fünf Büchern Moses, dem Pañcatantra, den fünf Elementen der indischen Philosophie (vgl. auch Quintessenz). Die Sechs findet sich bei Grimm zweimal[1] (76., 134. Märchen), dann in Goethes Ballade: Mahadöh, der Herr der Erde, kommt herab zum sechsten Mal".

[1] Das 49. Märchen (die sechs Schwäne) kommt nicht in Betracht, weil das ästhetische Gewicht auf der Siebenzahl der Geschwister ruht.

Natürlich haben diese Ausführungen nur bedingten Wert und bedürfen notwendig absoluter Vervollständigung; im Rahmen unserer Untersuchung besitzen sie aber doch beweisende Kraft, insofern auch die Beispiele, die wir zur Illustrierung der Anzahlbedeutung der Zwei und Drei heranzogen, in verschwindender Anzahl und aufs geradewohl ausgewählt waren.

Indirekt wird der weniger ausgeprägte Individualcharakter der betrachteten drei Zahlen sich dartun, wenn wir nun zur Sieben übergehen, deren scharf umrissene Physiognomie nicht zum wenigsten aus der großen Bedeutung ihrer Anzahlfunktion sich verrät.

5. Die Sieben.

Die bisher betrachteten Zahlen waren in Hinsicht ihrer ästhetischen Qualifikation positive Gebilde. Dies gilt für die Zwei, in der das Prinzip der impliziten Symmetrie, für die Drei, in welcher das der absoluten, aus Festigkeit und Verschmelzung komplizierten Immanenz rein sich manifestiert, als individuelle, für die Vier und Sechs (gerade Zahlen) und Fünf (Fünfzahl) als individuelle wie als einer positiv vorgezeichneten Gattung angehörige Zahlen. Im deutlichen Gegensatz zu ihnen stellt sich die Sieben als negativ dar; vorzüglich hiedurch ihre bekannte einzigartige Stellung unter den eigentlich erfaßten Zahlen behauptend.

Es erhebt sich nun wieder die Frage, ob es angehe, der Sieben eine ästhetisch relevante Individualität zuzuerkennen. Bis jetzt wurde sie als negatives Gebilde charakterisiert. Doch damit erscheint sie nur in die Gattung der negativen Zahlen (in ästhetischem Sinne), d. h. der Primzahlen überhaupt eingeordnet: sie ist negativ, d. h. unschön oder gar häßlich in ähnlicher Art, wie es die Dreizehn, Siebzehn usf. sind. Zweifelsohne verhält es sich so; aber doch liegt in der Sieben ein etwas, das uns nötigt, sie von den negativen Zahlen zu sondern. Vielleicht meint man, der Grund sei ein ähnlicher wie der, welcher uns zu einer, wenn auch nur dürftigen Individualisierung der Fünf

bestimmte: wie in ihr als eigentlich erfaßter Zahl die ästhetische Positivität der Fünfzahl besonders schlicht und unmittelbar zutage trat, so verhielte es sich in Hinsicht der Negativität auch mit der Sieben. Aber dies würde uns noch kein Recht geben, im Gegensatz zur Fünf der Sieben eine gesonderte Stellung einzuräumen. Es ist vielmehr deutlich, daß das Verhältnis der Fünf zu den Fünfzahlen überhaupt ein anderes ist, als das der Sieben zur Gattung der negativen Zahlen. Dies liegt im Wesen der letzteren als Gattung begründet. Gewiß ist auch die Sieben die einzige eigentlich erfaßte, und damit so etwas wie die schlichteste negative Zahl. Aber während die gleiche relative Qualifikation zur vollen Individualität der Fünf als der einfachsten Repräsentantin einer positiven Gattung nichts beiträgt, impliziert ihre Schlichtheit der Sieben als ausgesprochen negativer Zahl ein positives Moment: sie ist in geringerem Maße häßlich als die Dreizehn oder Neunundzwanzig. Vielleicht läßt sie sich am besten individualiter festlegen, wenn wir sie als die „interessante" Zahl erkennen, eine Prädikation, die sich aus dem bekannten ästhetischen Sprachgebrauch rechtfertigt, demzufolge ein interessanter Kopf als ästhetisch negatives und doch positive Momente in sich bergendes Gebilde sich darstellt.

Dies erinnert uns an die kurz erörterte Kategorie des Charakteristischen, mit welcher die des Interessanten augenscheinlich sich eng berührt, so sehr, daß wir bei der Anwendung der Kategorie auf menschliche Gesichtszüge statt von einem charakteristischen nahezu[1] ebenso gut von einem interessanten Kopf sprechen können. Charakteristisch erschienen uns menschliche Gesichtszüge auf Grund der in ihnen sich ausprägenden ästhetischen Diskrepanz von Physis und Psyche. Eine Diskrepanz anderer Art, nämlich eine solche des Gattungs- und des relativen Individualcharakters kennzeichnet nun auch die Sieben in Hinsicht ihrer ästhetischen Qualifikation, womit unsere Erkenntnis der Sieben als der interessanten Zahl unmittelbar sich legitimiert.

[1] Selbst eine Äquivalenz liegt nicht vor, weil „interessant" in geringerem Masse ästhetischer Begriff ist als „charakteristisch".

Man mag bezweifeln, ob die „Schlichtheit" der Sieben wirklich ihre als solche unleugbare Positivität zu erklären vermag. Dann müßte doch wohl auch die Dreizehn vor der Dreiundzwanzig, diese wieder vor der Siebenunddreißig ästhetische Positivität besitzen, insofern jede einfacher und schlichter ist als die folgende. Aber was heißt in diesem Einwande schlicht? Anscheinend nichts anderes als numerisch geringwertig. Dies ist nun unter der Schlichtheit der Sieben keineswegs verstanden. Die Sieben ist darum vielmehr in ausgezeichnetem Maße einfaches negatives Gebilde, weil sie allein von allen Primzahlen eigentliche Zahl, Zahl an sich ist. Sollte man dies — im Gegensatz zu Husserl, welcher selbst in der Zwölf noch eine eigentliche Zahl erkennt — ablehnen, so ließe sich eine freilich nur relative Schlichtheit der Sieben aus dem Gesichtspunkte feststellen, daß sie nicht gleich den übrigen Primzahlen mehrstellige Zahl ist, d. h. zum mindesten aus einer Zehnzahl und einer einfachen Zahl sich kompliziert. Entgegnet man, daß aus diesem Gesichtspunkte auch die Dreizehn „schlichter" sei als etwa die Hundertunddreizehn, so ist dies ohne weiteres zuzugeben. Aber der positiven Vorzeichnung, welche damit der Dreizehn als relativ schlichter Zahl zuteil wurde, fehlt die individualisierende Kraft, insofern nicht nur die Dreizehn, sondern alle Primzahlen von Dreizehn bis Hundert als in solcher Weise relativ schlichte negative Gebilde sich darstellen. Die Sieben hingegen erhielte als einzige negative Zahl von Eins bis Zehn durch dies positivierende Moment der Einfachheit ihrer Negativität Persönlichkeit; auch so würde sie — freilich in einem vageren Sinne — zur „interessanten" Zahl.

Diese besondere ästhetische Eigenart der Sieben läßt sowohl ihre große Anzahlbedeutung, wie die Weise ihrer Anzahlfunktion verstehen. Ich erwähne nur die sieben Todsünden, sieben Schwaben, sieben Raben, sieben Zwerge, sieben weisen Meister, sieben Weisen (der griechischen Gnomik), sieben freien Künste und Wissenschaften (der Scholastik), Zarathustras siebente Einsamkeit, Senis Wort von der (Fünf und) Sieben als heiliger Zahl,

endlich die sieben Brote, die sieben Brüder, und siebzig Jünger des Neuen Testaments; vielleicht gehört auch die böse Sieben noch hieher.

Gerade die Nichtpositivität der Sieben gibt allen diesen Anwendungen den Charakter des Ungewöhnlichen und Reizvollen, während das in ihr sich bergende positive Moment die allen Primzahlen eignende starke ästhetische Negativität entscheidend paralysiert. Daher stimmt es ebensowohl zur Persönlichkeit der Sieben, daß sie als heilige Zahl, wie als Anzahl der Todsünden oder der letzten Einsamkeit Zarathustras fungiert. Sie ist einmal, und darin ruht wohl ihre Individualität, die „interessante" Zahl κατ' ἐξοχήν.

6. *Die Acht, Neun, Zehn.*

Ein die Acht ästhetisch eindeutig kennzeichnendes Moment aufzuzeigen, dürfte — wenigstens auf Grund unserer Prinzipien — nicht leicht sein. Gerade ihre Nachbarschaft zur echten Individualität der Sieben legt dies unmittelbar nahe. Was sie auszeichnet, ihre ästhetische Positivität, Geradheit und kubische Teilbarkeit dankt sie der ästhetischen Qualifikation ihrer jeweiligen Gattung. Dennoch ist es möglich, wenigstens in Andeutungen auf eine gewisse ihr eigene Persönlichkeitsfärbung hinzuweisen.

Vergleichen wir nämlich die Acht mit den schon betrachteten Zahlen, mit der Eins, Zwei, Drei, Vier, Fünf, Sechs, Sieben, so glaube ich, eine bestimmte Verwandtschaft zwischen ihr und der Eins und Sechs konstatieren zu können, insofern auch die Acht eine eigenartige ästhetische Indifferenz manifestiert in ähnlicher Weise wie die Sechs, in ähnlicher Weise aber auch wie die Eins. Dies besagt, daß die Indifferenz der Acht für sie nicht die Unpersönlichkeit der Eins, aber auch nicht die in jedem Falle erkennbare Persönlichkeit der Sechs involviert. Wir können daher die Acht vielleicht als „langweilige" Zahl festhalten im Gegensatz zur Sechs als der „trockenen" Zahl. Dies sind natürlich nur sehr vage Hinweise; aber sie sollen auch nicht mehr sein. Jedenfalls steht die Acht an ästhetischer Individualität

nach der positiven wie der negativen Seite stark hinter der Zwei, Drei, Fünf und Sieben, infolge ihrer gattungsmäßigen Positivität aber auch ein wenig hinter der Sechs zurück. Vielleicht liegt dies daran,, daß die verschiedenen immanenten Qualitätsrichtungen, die sich in ihr mengen, so ihre Teilbarkeit durch Zwei wie durch Vier und ihre kubische Teilbarkeit, die aber dennoch einander nicht so sehr widerstreiten wie die Teilbarkeit durch Drei und Zwei, auch nicht gleicher Weise natürlich sind, wie diese für die Sechs charakteristischen Divisionsrichtungen, einen deutlichen Individualitätsausdruck verwischen. Es bleibt bestehen, daß wir beim Versuch die ästhetische Persönlichkeit der Acht zu eruieren mit der Erkenntnis ihrer eigenartigen Indifferenz im Sinne einer gewissen „Langweiligkeit" uns begnügen müssen.

Zur Fundierung dieses Resultates mag noch der Hinweis auf Zahlen wie Achtzehn, Achtundzwanzig, Achtunddreißig usw. dienen, welchen allen die Acht, wie mir scheint, den Charakter einer gewissen Langweiligkeit verleiht, sodann, was noch wichtiger ist, dies, daß die Acht die einzige der einstelligen Zahlen ist, der eine relevante Anzahlfunktion geradezu versagt ist.

Im Gegensatz zu ihr erscheint die Physiognomie der Neun schärfer und positiver ausgeprägt. Und zwar kann sie gleich die Richtigkeit unseres obigen Versuches, den ästhetischen Charakter der Acht wie der Sechs aus der Vielheit ihrer durch mehrere Sachverhalte bedingten Tinktionen zu verstehen, bekräftigen. Die Neun ist Quadratzahl. Dies ist aber auch die Vier. Wenn trotzdem die Individualität der Neun entschiedener sich ausprägt als die der Vier, so kann dies kaum anders erklärt werden, als dadurch, daß sie eben nur Quadratzahl ist — die nur schwache ästhetische Positivität, welche sie außerdem als Dreizahl besitzt, rechtfertigt diese Bestimmtheit der Diktion —, während die Vier daneben noch als gerade Zahl starke ästhetische Positivität besitzt.

Freilich bedeutet diese Erwägung nichts anderes als ein bestätigendes Moment für unsere Hypothese; was die Indivi-

dualität der Neun wirklich ausmacht, sagt sie nicht. Denn augenscheinlich ist die konstatierte Eigenart der Neun nur eine gattungsmäßige, insofern es unendlich viele Quadratzahlen gibt, deren positive ästhetische Eigenart darin ruht, daß sie einzig Quadratzahlen sind. Dahin gehören schon die Neunundvierzig und Einundachtzig. Was nun die Neun als absolute Quadratzahl individualisiert, ist, daß sie, ähnlich wie die Sieben, als eigentliche Zahl unmittelbar von den übrigen „absoluten" Quadratzahlen, die alle primär dekadisch gefaßt sind, sich unterscheidend die schlichteste Konkretion ihrer Gattung darstellt. Diese ästhetische Bedeutung findet Bestätigung durch ihre Anzahlfunktion: ich erinnere nur an die neun Musen, an Plotins Enneaden, an die neunschwänzige Katze; auch an die ästhetisch positive Anzahl der neun Symphonien Beethovens und Bruckners.

Auch die Individualität der Zehn als ästhetisch qualifizierter Zahl wird sich ähnlich wie die der Neun bestimmen müssen. Die Zehn ist gerade Zahl und Zehnzahl, also in doppelter Hinsicht gattungsmäßig qualifiziert. Daß sie Zehnzahl ist, besagt wieder ein Doppeltes, und eben dies ist für unseren Versuch, ihre ästhetische Persönlichkeit zu gewinnen, von Bedeutung.

Als Zehnzahl steht sie nämlich einmal neben der Zwanzig, Dreißig . . . Achtzig, Neunzig, Hundert, Hundertzehn usf., und schon aus dieser Koordination läßt sich für sie als einzige eigentlich erfaßte Zehnzahl — sofern wir dies zugestehen — ein charakteristisches Moment gewinnen, mag dessen individualisierende Kraft auch nicht allzugroß sein; die spezifisch gerichtete Betrachtung der Zehnzahl wird dies noch klarlegen. Aber als Zehnzahl steht die Zehn noch neben anderen Zahlen: neben der Hundert, Tausend, Zehntausend. Und aus dieser Koordination ergibt sich für sie eine weit stärker individualisierende Schlichtheit. Freilich setzt die Darstellung der Bedeutung, welche dies individualisierende Moment gewinnt, die Erörterung des ästhetischen Wesens der Gattung, in die sich die Hundert, Tausend usf. einreihen, schon voraus. Hier müssen wir uns mit einem mehr allgemeinen Hinweis begnügen.

In der Reihe der Zahlen stellt die Zehn ein Ziel und Ende dar, das zugleich doch wieder Basis ist; man könnte auch von einem Knotenpunkte sprechen. Als solche Knotenpunkte kennzeichnen sich neben ihr vor allem die Hundert, Tausend, Zehntausend. Mit vagem Ausdruck läßt sich von ihnen allen aussagen, daß sie eine Vielheit im ästhetischen Sinne unter sich befassen, an sich heranziehen, in sich bergen, oder daß sie eigenartig „rund" sind (was selbstverständlich nichts mit dem Nullzeichen zu tun hat). Und diese Eigenart tritt nun in der Zehn am schlichtesten und einfachsten zutage. Unter Heranziehung der schon verwandten Metapher können wir sagen, daß auch sie „rund" sei, dies aber nicht in gleich starkem Maße wie die Hundert und Tausend, sondern in mehr anmutiger, beweglicher Weise. Eben dies also würde als Individualität der Zehn festzuhalten sein, mit dem steten Bewußtsein, daß es der Gegensatz zur verwandten Hundert und Tausend, nicht zur Zwanzig und Dreißig ist, durch den wir dieselbe gewonnen haben. Was freilich „Fülle", „Rundheit" im exakt ästhetischen Sinne besagen, muß noch festgestellt werden.

Trotzdem ist jetzt schon verständlich, wie die Zehn als Anzahl ihre bekannte große Bedeutung behauptet. Flankieren wir sie etwa durch die Zwei und Drei (als echt individuale Gebilde), so unterscheidet sich ihre ästhetische Struktur, die unmittelbar als eigenartig immanente sich darstellt, deutlich von der der Zwei und Drei. Weder ist es implizite Symmetrie, noch festes, sicheres Beharren, welches den positiven Charakter der Zehn bestimmt, vielmehr eine eigenartige Ruhe, die aus einer gewissen Weite, Fülle, Rundung resultiert, und zwar aus einer solchen, die sich von der verwandten ästhetischen Struktur der Hundert und Tausend durch das edle Maß ihrer Dehnung, durch ihre „Schlankheit" deutlich abhebt. Zum Beleg der Positivität ihrer Anzahlfunktion erinnere ich an die zehn Gebote, die zehn Inkarnationen Visnus, die zehn Welten der Pythagoreer, überhaupt an die überragende Bedeutung der Zehn in der pytha-

goreischen Mystik,[1] an die zehn Kategorien des Aristoteles, die zehn Jahre vor Troja, endlich an Meister Antons kerniges: „Und wenn er zehn Weiber hätte!“

Erscheint damit, soweit es ohne Vorausnahme der erst in der spezifischen Untersuchung zu gewinnenden Resultate möglich war, die ästhetische Individualität der Zehn wie aller vorausgehenden Zahlen eindeutig festgelegt, so handelt es sich nunmehr darum, die generelle Struktur umfassender Zahlgattungen zu eruieren, eine Aufgabe, die durch die erledigte Untersuchung des individuellen ästhetischen Wesens der „alltäglichen“ Zahlen entscheidend vorbereitet wurde.

[1] Vgl. Diels, a. a. O., S. 253. Natürlich ist die Betrachtungsweise des Philolaos keine rein ästhetische.

III. Zahlgattungen.

1. Gerade Zahlen.

Als wir in der Einleitung die ästhetische Qualifikation idealer und speziell arithmetisch-idealer Gegenstände darzutun versuchten, war es unter anderem die Rede von „geraden" und „ungeraden" Zahlen, auf die wir als auf eine poetisch-ästhetische Prädikation verwiesen. Eben diesen Hinweis müssen wir jetzt in bestimmtem Sinne wieder zurücknehmen, insofern das Prädikat der Geradheit zwar ästhetischer Natur ist, jedoch nicht die wahre ästhetische Eigenart der sogenannten „geraden" Zahlen erfaßt. Dies läßt sich schon aus unserer systematischen Subordination der geraden Zahlen unter das Prinzip der Immanenz erkennen. Denn die Geradheit als ästhetische Qualität scheint doch viel mehr auf eine Positivität der Richtung oder Kontinuität, zugleich auf eine solche der Spannung zu deuten, als auf eine Positivität der Immanenz.

Auch die Unterscheidung der Pythagoreer spricht von geraden und ungeraden Zahlen. Dennoch vollzieht sie sich aus dem Gesichtspunkt der Immanenz, insofern ihnen die geraden Zahlen als unbegrenzte, die ungeraden als begrenzte galten.[1] Doch dürften in ihrer Bestimmung, die etwas seltsam erscheint, ästhetische Momente nur schwach mitwirken. Wenn in ästhetischer Hinsicht getroffen, ist sie jedenfalls irrig. Denn daß die ungeraden Zahlen im Gegensatz zu den geraden ästhetische Positivität besitzen sollten (was sich aus der bekannten Reihe der zehn Gegensatzpaare ergibt), muß uns wenigstens absurd er-

[1] Diels a. a. O., S. 281, L. 31—32.

scheinen. Dabei ist, wie betont, in ihrer Bestimmung richtig der Gesichtspunkt der Immanenz. Die Geradheit der Zwei ist weder ästhetische Positivität einer kontinuierlich noch intensiv noch in Hinsicht des Akzents qualifizierten Zahl.

Daß nun die Zwei, Vier, Sechs, Acht als selbständige, wie als Endzahlen auch wirklich Positivität besitzen bezw. verleihen, wird evident, wenn wir die Sechzehn neben die Siebzehn, die Einunddreißig neben die Zweiunddreißig, die Dreiundsiebzig neben die Vierundsiebzig halten. Ohne weiteres werden wir z. B. der Zweiunddreißig den ästhetischen Vorzug vor der Einunddreißig zuerkennen, ja, ein in ästhetischer Auffassung Geübter wird von der Schönheit oder Anmut der geraden und der Häßlichkeit der ungeraden Zahlen sprechen.

Was bedingt nun, so fragen wir, diese Schönheit der geraden und diese Häßlichkeit der ungeraden Zahlen als immanenter Gebilde?

Schon die Rede von der Zwei, Vier, Sechs, Acht, Zehn als Positivität verleihenden Zahlen weist — was zuvor betont werden muß — darauf hin, daß wir bei Erörterung des Problems der geraden Zahlen auf diese genannten einstelligen Zahlen uns beschränken können. Denn so unmittelbar auch der Eindruck sein mag, den die Eintausendundsechsundvierzig (1046) vor der Eintausendundsiebenundvierzig (1047) als gerade Zahl gewährt, so handelt es sich in Wahrheit doch um eine nur uneigentlich erkannte Geradheit, insofern die Endzahl Sechs als unmittelbar erkennbare gerade Zahl zum Zeichen oder Symbol für die Geradheit der ganzen Zahl wird. Und ebenso verhält es sich mit der Zwei, Vier, Acht. Unsere Frage muß sich danach einzig auf die spezifische ästhetische Qualifikation dieser geraden Zahlen richten.

Ihre Beantwortung wird uns erleichtert durch die vorausgegangenen Erörterungen der allgemeinen primären und sekundären Zahlfassung, wie der konkreten Analysen des ästhetischen Charakters der Anzahl Drei und der Sechs. Doch ist es nötig, dieselbe noch zu vertiefen.

Wir gehen wieder aus vom tragischen Helden. Ihm verdanken wir die allgemeinästhetische Beobachtung, daß ein Gegenstand in gleichem Sinne ästhetisch sich qualifizieren kann, wie der Sachverhalt, in den er eingebettet ist. Ein Mensch z. B. wird tragisch, weil er Träger eines tragischen Schicksals, also eines tragischen Sachverhaltes ist. In gleicher Weise, so fanden wir, sind auch Zahlen in bestimmt ästhetisch qualifizierte Zahlsachverhalte eingeordnet, sind Träger dieser Sachverhalte und gewinnen hieraus eine eigenartige, sei es positive oder negative ästhetische Tinktion. Vergleichen wir nun des näheren solche Zahlsachverhalte mit dem tragischen Sachverhalte.

Laokoon ist als Subjekt eines tragischen Schicksals gewiß ein tragischer Held. Was kennzeichnet dieses Schicksal? „Ich sehe etwa das Leiden des Laokoon, sehe aber auch die Kraft und Tüchtigkeit, die gegen das Leiden sich bäumt und im Leiden zugrunde geht.“[1] Ohne eine tiefere allgemeine Formulierung zu versuchen, können wir sagen, daß das Tragische, ähnlich wie das Charakteristische und Interessante aus einer gewissen Diskrepanz hervorgehe, aus der Unangemessenheit eines bestimmt ästhetisch qualifizierten Schicksals mit der bestimmten ästhetischen Eigenart seines Trägers. Präzisieren wir das Schicksal des Laokoon in einem kurzen Satze, so erhalten wir in dem folgenden den Typus eines tragischen Schicksals: Laokoon, ein erhabener, lebenswerter Mensch, geht in hartem Kampf zugrunde. Dieser Sachverhalt, auf die einfachste Formel P — p — N (ein Positives bei positivem Verhalten negiert) gebracht, färbt seinen Subjektsgegenstand in entscheidender Weise, d. h. qualifiziert ihn sekundär in gleicher Weise, wie er (der Sachverhalt) selbst primär ästhetisch sich qualifiziert. Nun kennzeichnet sich, wie schon angedeutet, dieser Sachverhalt durch die eigenartige ästhetische Diskrepanz der ihn einheitlich konstituierenden Glieder (ein Positives erfährt eine Negation), und hieraus resultiert für den Gegenstand, der als großer, er-

[1] Lipps a. a. O.

habener, lebenswerter ästhetisch stark positiv sich darstellt, gleichfalls eine Qualifikation im Sinne einer ästhetischen Diskrepanz: er wird zum tragischen Gegenstand bezw. zum „tragischen Helden".

Gehen wir jetzt zu bestimmten Zahlsachverhalten über, wie $2 = 1 + 1$ oder $1 + 1 = 2$, $2 \times 1 = 2$, $4 : 2 = 2$, $2 + 2 = 4$. Als wir zuerst jener sekundären Fassungen Erwähnung taten, unterschieden wir natürliche und weniger natürliche Zahlsachverhalte. Diese Unterscheidung bedarf der Aufhellung. In drei Sachverhalten ist die Zwei soeben als resultierender Gegenstand eingeführt worden, aber nur die beiden ersten erscheinen uns gleich natürlich, während der dritte an Natürlichkeit hinter ihnen zurücksteht. Was heißt dies nun? Vielleicht meinen wir: nichts anderes, als daß aus $1 + 1$ und 2×1 die Zwei nach dem Prinzip der natürlichen Zahlbildung[1] hervorgeht, während die dritte Bildung der Zwei aus der Teilung der Vier die umgekehrte Bildung der Vier aus $3 + 1$ oder aus der doppelten Zwei schon voraussetzt, sodaß die Natürlichkeit der beiden ersten Sachverhalte ihnen auch die stärkere ästhetische Positivität sichert. Aus der $1 + 1 = 2$, für welche, da diese Zahlen eigentlich erfaßt werden, die $2 \times 1 = 2$ nur eine andere Formulierung bedeutet, geht die Zwei gleichsam notwendig hervor, nicht so aber aus der $4 : 2$ oder der $8 : 4$.

Aber diese Erklärung der Natürlichkeit der Sachverhalte $1 + 1 = 2$ oder $2 \times 1 = 2$ aus der Deckung derselben mit der natürlichen Bildung der Zwei entbehrt jeder generellen Beweiskraft, insofern nur die Bildung der individuellen Zwei aus der Summierung $1 + 1$ erfolgt, während schon die Drei nach dem Prinzip der natürlichen Zahlenreihe gleich $2 + 1$ ist. Daher muß die Natürlichkeit der Sachverhalte aus einem anderen resultieren. Wir erleichtern uns die Lösung des Problems, wenn wir in ihnen außersystematische symbolische Zahlbildungen[2] erblicken. Mit Rücksicht auf die Zwei stellen sich als solche dar

[1] Vgl. Husserl a. a. O., S. 254.

[2] Ebenda, S. 295.

$4 \times {}^1/_2 = 2$; $1{}^1/_2 + {}^1/_2 = 2$; $4 : 2 = 2$; 2×1 oder $1 + 1 = 2$. Nun bemerken wir, daß von ihnen die Symbolisierung durch 2×1 oder $1 + 1$ in arithmetischer Hinsicht am natürlichsten erscheint darum, weil sie einmal durch ganze Zahlen, sodann nach dem Gang der natürlichen Zahlbildung, welchem die Symbolisierung $4 : 2 = 2$ widerspricht, sich vollzieht; in ästhetischer Hinsicht aber darum, weil die Zweiheit der gleichen Summanden für den Sachverhalt, der sich als außersystematische Zahlbildung darstellt, die Positivität jeder symmetrischen Ordnung mit sich bringt. Aus dem gleichen Gesichtspunkte sind auch für die Vier, Sechs, Acht, Zehn die natürlichsten Sachverhalte $2 \times 2 = 4$; $2 \times 3 = 6$; $2 \times 4 = 8$; $2 \times 5 = 10$. Und dies gerade aus ästhetischem Betracht umsomehr, als die Erfassung der den Sachverhalt konstituierenden Zahlen eine solche von eigentlichen Zahlen ist, sodaß die Zahlbildung $2 \times 5 = 10$ noch als $5 + 5 = 10$ aufgefaßt werden kann, und in Wahrheit auch so aufgefaßt wird.

Damit hat sich uns ein unmittelbarer Unterschied zwischen geraden und ungeraden Zahlen ergeben, derart, daß jene in arithmetischer wie ästhetischer Hinsicht in natürliche Zahlsachverhalte von eigenartig symmetrischer Bildung sich einordnen, diese aber nicht. Dies hat für beide Zahlgattungen eine alle nur denkbaren Zahlen aufs unmittelbarste kennzeichnende sekundäre Fassung oder Färbung zur Folge.

Den tragischen Sachverhalt reduzierten wir auf die Formel P — p — N. Dies mag für den natürlichen Zahlsachverhalt geschehen durch die Formel Z — e — s (eine Zahl entsteht durch symmetrische Bildung). Denn nichts anderes bedeutet die Gleichung $10 = 2 \times 5$. Gleichwie nun der tragische Held eine gegenständliche Färbung durch den tragischen Sachverhalt (positiver Untergang), so erhält auch die gerade Zahl eine gegenständliche Färbung durch den natürlichen Sachverhalt (symmetrische Bildung), und diese positive ästhetische Qualifikation der geraden Zahlen durch die Weise ihrer symmetrischen Bildung, damit also ihre sekundäre immanente Qualifikation, kann nun

aus dem Gesichtspunkte des Zahlgegenstandes, aus welchem als natürlicher Sachverhalt im Grunde nicht die Gleichung $5 + 5 = 10$, sondern $10 = 5 + 5$ erscheint, als potentielle Symmetrie festgehalten werden, d. h. als die Möglichkeit, Gegenstand eines solch symmetrisch-arithmetischen Sachverhaltes zu werden, oder, wie wir unter steter Festhaltung des exakt ästhetischen Sinnes leicht poetisierend sagen können, als die Möglichkeit, sich in zwei symmetrische Hälften zu teilen, gleichsam frei und leicht symmetrisch sich zu spalten, eine Möglichkeit, die den ungeraden Zahlen Eins, Drei, Fünf, Sieben, Neun versagt bleibt.

Diese, wie betont, nicht völlig exakte, aber bei Festhaltung des wahren ästhetischen Sachverhaltes um ihrer Einfachheit willen nicht unwichtige Erkenntnis der ästhetischen Positivität der geraden Zahlen als potentieller Symmetrie, der Negativität der ungeraden Zahlen als potentieller Asymmetrie (bei Voraussetzung einer Teilung in ganze Zahlen) hat außerdem den Vorzug, den für die Ästhetik bedeutsamen Begriff der Potentialität, wie ihn die Lippssche Ästhetik verwendet, auch — in einem freieren Sinne — auf dem Gebiet des arithmetisch Idealen als wertvoll zu erweisen. Wir finden ihn in der Lippsschen Ästhetik mit Rücksicht auf die körperliche Schönheit wie auf die Kategorie des Erhabenen angewandt. Formen des Körpers etwa drücken Bewegungsmöglichkeiten aus, schließen Impulse in sich „nicht nur zu Bewegungen von bestimmter Richtung oder zu Bewegungen, die auf ein bestimmtes Ziel gehen, sondern auch zu Bewegungen von bestimmter Art des Ablaufs, zu kraftvollen oder minder kraftvollen, zu leichten und freien oder in sich gehemmten Bewegungen, sie schließen in sich nicht nur den Impuls zu Bewegungen, sondern auch zu Unterlassungen von Bewegungen, zum Zurückhalten, sie fordern nicht nur Bewegungen, sondern verbieten auch solche".[1]

Und so gibt es auch ein Erhabenes der gebundenen Kraft:

[1] A. a. O., S. 143 ff.

„Es ist die Erhabenheit dessen, was eine ausbrechende und sich Luft schaffende Kraft ankündigt; oder die Erhabenheit der in sich zurückgedrängten Kraft der inneren Spannung zwischen dem Drang der Äußerung und der Bemühung oder dem Zwange in sich zu bleiben." So ist erhaben „die Natur vor dem Gewitter, die Stille vor dem Ausbruch, das Drohen, die Ahnung dessen, was geschehen wird und sich ankündigt und vorbereitet".[1] Die Glieder des Körpers, ein schwüler Nachmittag sind schon eigenartig gefärbt durch die Sachverhalte und Sachverhaltskomplexe, in die sie sich einordnen: Glieder tummeln sich in einem Spiel von Bewegungen, der Nachmittag findet Kühlung durch ein starkes Gewitter. In gleicher Weise werden Zahlen, wie eben die Gattung der geraden und ungeraden Zahlen durch Sachverhalte, deren Träger sie sind, tingiert, sodaß sie im Sinne einer Potentialität ästhetisch sich qualifizieren.

So sind also die geraden Zahlen, exakt ästhetisch begriffen, potentiell symmetrische Zahlen, die in ihrer Qualifikation unmittelbar von der implizit symmetrischen Zwei sich unterscheiden. Diese Färbung ist die gleiche für alle geraden Zahlen: auch die Zehntausendundsechsundvierzig ist potentiell symmetrische Zahl, trotzdem wir sie nur uneigentlich, d. h. auf Grund der Symbolik der Sechs als gerade Zahl erfassen. Und ganz ebenso verhält es sich mit allen ungeraden Zahlen.

2. Zehnzahlen.

Die Vertiefung in das ästhetische Wesen der geraden Zahl hat uns erkennen lassen, wie wichtig die Erörterung der verschiedenen Zahlfassungen für eine Untersuchung der ästhetischen Qualifikation der Zahlen oder, streng methodisch gesprochen, der Differenzierung des Prinzips der Immanenz auf dem Gebiet des arithmetisch Idealen ist.

Wenn es nun soeben eine nicht aus dem Wesen des dekadischen Systems selbst, sondern aus unsystematischen, symboli-

[1] A. a. O., S. 545 f.

schen Zahlbildungen sich ergebende sekundäre Tinktion oder Fassung der Zahlen war, die uns beschäftigte, so bemerken wir jetzt, wie aus jener anderen, innig mit der Struktur des dekadischen Systems zusammenhängenden, doch sekundären Fassung eine überaus bedeutsame ästhetische Positivierung gewisser Zahlen sich ergibt, die freilich nicht, wie die geraden Zahlen schon durch den Sprachgebrauch eine unmittelbare Prädikation empfangen haben. Es sind die Zehnzahlen, welche die populäre Redensart vom Aufrunden und Abrunden wenigstens indirekt im Sinne einer gewissen Rundung und Fülle charakterisiert. Darauf wurde bei Betrachtung der individuellen Zehn hingedeutet. Jetzt muß es sich um eine exakte Formulierung der ästhetischen Qualifikation der Gattung handeln.

Einer solchen nähern wir uns schon, wenn wir, wie bei Erörterung der Zahlfassungen und der individuellen Zehn geschah, in den Zehnzahlen „Haltepunkte erblicken, von denen aus eine Art von Bewegung einsetzt, um bei der nächsten Zehnzahl wieder innezuhalten", oder noch mehr, wenn wir von der Zehn als von einem Knotenpunkt in der Zahlenreihe sprachen, „einem Ziel und Ende, das doch wieder Basis ist". Mit Vermeidung jeder poetisierenden Interpretation folgt nun aus der einfachen Tatsache des dekadischen Systems als eines dekadischen die unmittelbare Bedeutung, welche die Zehnzahlen vor allen anderen Zahlen besitzen. Es ist eine rein methodisch-arithmetische Feststellung, wenn wir in ihnen das Gerüst, die Stütze oder auch den Rahmen des ganzen Zahlsystems erblicken. Schon damit gewinnt die Zehnzahl eine ästhetische Positivität der Immanenz, die aus ihrer sekundären Fassung oder Färbung resultiert, eine Positivität der Immanenz, die eben um der Eigenart der Färbung willen von der der geraden Zahlen deutlich sich unterscheidet. Es ist eine Immanenz mehr im Sinne einer gewissen Bestimmtheit und Festigkeit, wie sie dem Quadrat mit spitzen Ecken vor dem mit abgerundeten eignet.

Die Zehnzahlen erscheinen als Stützen, als Gerüste. Hier kann der Ausdruck „Stütze" nicht in dem Sinne gemeint sein,

daß auf den Zehnzahlen sich das System aufbaue. Dem widerstreitet schon die Rede vom „Gerüste", noch mehr die vom „Eingespanntsein aller Zahlen in dekadische Rahmen". Nach ihr bilden die Zehnzahlen vielmehr feste Rahmen. Aber dies Gleichnis paßt augenscheinlich im strengen Sinn nicht für die uns hier beschäftigende Charakteristik, da es vielmehr aus dem Gesichtspunkte der jeweiligen Zahlkomplexe von Eins bis Neun gewonnen ist, die von zwei Zehnern umrahmt werden. Dennoch ist es wertvoll, sofern wir nämlich, den Gesichtspunkt vertauschend, jetzt eine Zehnzahl allein in ihrer Beziehung zu dem Zahlkomplexe Eins bis Neun ins Auge fassen. Nehmen wir an, wir gingen aus von der Reihe 30, 31, ... 39, 40. Aus dem Gesichtspunkt der umrahmten Zahlen erscheint die Dreißig als Basis, die Vierzig als Ziel (beides im rein arithmetischen Sinn). Betrachten wir nun aber eine der beiden Zehnzahlen, etwa die Dreißig allein, so bemerken wir, daß sie ganz ebenso, wie die Vierzig Ziel der von ihr (der Dreißig) ausgehenden Reihe, selbst Ziel der von der Zwanzig ausgehenden Reihe ist. Damit aber ist sie Ziel und Basis, oder Basis und Ziel zugleich. Ihre „Zehnheit" tingiert sie also auch in dem Sinne, daß sie als Einheitspunkt zweier dekadischer, damit zweier gleich großer Zahlreihen sich darstellt. So qualifiziert sich auch die Zehnzahl wiederum im Sinne der symmetrischen Immanenz — von ihr strahlen gleich große Zahlreihen aus — und es ist in Wahrheit die freie immanente Beziehung der Symmetrie, welche auch die Positivität der Zehnzahl ausmacht.

Was heißt dies nun des näheren? Wir verstehen wohl, was die Rede von der freien immanenten Beziehung für die ästhetische Eigenart eines Quadrates oder symmetrischen Ganzen besagt. Nun erscheinen charakteristisch für die aus jener sekundären Tinktion resultierende ästhetische Struktur der Zehnzahl zwei gleich große, je neun- bezw. zehngliedrige Zahlreihen, die in ihr selbst ihren Einheitspunkt besitzen. Vielleicht ist es daher symmetrische, und zwar implizit symmetrische Immanenz, die implizite Achsenbeziehung der gleichen Reihen, welche die Zehn-

zahlen so stark ästhetisch positiviert. Doch dies Charakteristikum der impliziten Symmetrie verwandten wir schon bei Individualisierung der Zwei. Ebensowenig erscheint jene Symmetrie der Zehnzahlen als potentielle Symmetrie, da sie ja als sekundäre Fassung der Zehnzahlen keineswegs gleich der der geraden Zahlen aus einem symmetrisch komplizierten Zahlsachverhalte resultiert, ganz abgesehen davon, daß die Potentialität der Symmetrie eben die Gattung der geraden Zahlen kennzeichnet. Vielmehr gibt uns die ästhetische Struktur gerade der letzteren zu erkennen, daß die Rede von einer symmetrischen Immanenz der Zehnzahlen äußerst vag, ja geradezu irrig ist. Was die Zehnzahl in Wahrheit positiviert, ist vielmehr dies, daß in ihr die Funktion nicht einer Symmetriehälfte oder gar von Symmetriehälften, sondern die der Symmetrieachse impliziert liegt Sie ist ja Einheitspunkt der gleich großen Zahlreihen. Frei immanente Beziehung der Zehn heißt also nichts anderes als freie Achsenbeziehung, eine ästhetische Relation, die nicht minder dem Prinzip der Immanenz sich unterordnet, als jene der Hälften zur gemeinsamen Achse. Sprechen wir anstatt vom Prinzip der impliziten Achse besser von dem der impliziten Zentralität, so haben wir eine ästhetische Qualität gewonnen, welche eine neue, einzig auf dem idealen Gebiete der Zahlen sich ergebende Differenzierung des allgemeinen Prinzips der symmetrischen Immanenz darstellt.

Und zwar empfiehlt es sich darum, vom Prinzip der Zentralität zu sprechen, weil das Bild der Zehnzahl als des Kreismittelpunktes, von dem zwei Radien in irgendwelcher Richtung ausgehen, eher der rein arithmetischen Beziehung der Zehnzahlen zu den beiden Zahlreihen entspricht, als das der Achsensymmetrie zweier gleich großer und in gleicher Richtung sich erstreckender Geraden. Festzuhalten ist dabei, daß der Terminus der „impliziten Zentralität" nichts anderes als die ästhetische Qualifikation treffen will, welche alle Zehnzahlen auf Grund ihrer unmittelbar aus der dekadischen Fassung des Zahlsystems gewonnenen sekundären Fassung kennzeichnet.

Bei der ersten Bestimmung derselben sprachen wir von Zehnerrahmen erster, zweiter und höherer Ordnung. Was wir damit meinten, war dies: alle Zahlen sind in Zehnerrahmen gespannt, so die Elf in den von Zehn bis Zwanzig, die Hundertelf in den von Hundertzehn bis Hundertzwanzig. Diese Rahmen sind solche erster Ordnung. Nun sind auch die Zehn und die Hundertzehn selbst wieder in Zehnerrahmen der Zehnzahlen eingespannt, in den von Eins bis Hundert und den von Hundert bis Zweihundert. Die Hundert und Zweihundert wiederum in die höheren Rahmen der Hundertzahlen von Eins bis Tausend, und so in infinitum. Aus diesem Aufbau verschiedener Ordnungen von Zehnzahlen resultiert nun in bemerkenswerter Weise eine arithmetische und damit auch ästhetische Sonderstellung der Zahlen Zehn, Hundert, Tausend, Zehntausend usf. unter den übrigen Zehnzahlen, und es ist nun zu fragen, wie sich diese ihre Sonderstellung ästhetisch begreifen lasse, ein Problem, dessen Erörterung und Lösung zugleich erst die exakte Charakteristik der individuellen Zehn ermöglichen wird.

Auch die Zehn, Hundert und Tausend stellen Ruhe- oder Knotenpunkte in der Reihe der Zahlen dar. Dies tut auch die Hundert, die der Neunzig und Hundertundzehn koordiniert ist. Vielleicht meint man, diese seien Einheitspunkt einer Doppelreihe von Zahlen, die je um Eins, die Hundert aber von solchen, die je um Zehn sich unterscheiden, und es sei die Größe der beiden von der Hundert in ihrer Koordination zur Tausend implizit auf sich bezogenen Zahlreihen, welche ihre überragende ästhetische Positivität bedinge.

Doch dann müßte nicht nur die Hundert, sondern auch die Zweihundert und Dreihundert der Tausend koordiniert werden, was nicht angeht. Auch würde aus diesem Gesichtspunkt die jener der Hundert unmittelbar verwandte ästhetische Bedeutung der Zehn ganz unverständlich bleiben. Diese muß daher in einem anderen gesucht werden.

Vergleichen wir einmal die beiden Reihen Zehn, Zwanzig, Dreißig, Vierzig, Fünfzig, Sechzig (oder auch Hundert, Zwei-

hundert, Dreihundert usw.) und Zehn, Hundert, Tausend. Wir bemerken, daß, was für die ersteren Zehnzahlen aus dem Wesen des dekadischen Systems, wie oben dargetan, als sekundäre Fassung sich ergibt, auch für die letzteren, die sich als Zehnzahlen je der Einser, Zehner, Hunderter usf. darstellen, d. h. als Ziel der Einser und als Basis der Zehner wie die Zehn, oder als Ziel der Tausender und als Basis für die Zehntausender wie die Zehntausend, freilich mit der Wirkung einer anderen ästhetischen Qualifikation resultiert. Wir können sagen: die Zwanzig und Zweihundert sind Einheitspunkte, Mittelpunkte für gleich große Radien, die Zehn und die Hundert hingegen nicht. Welche Radien gehen von diesen vielmehr aus?

Unverkennbar auf der einen Seite die von Zehn bis Hundert, auf der anderen — nicht die von Hundert bis Zweihundert, sondern — von Hundert bis Tausend. Damit ist die Hundert zwar Einheitspunkt der von ihr ausstrahlenden Reihen, aber nicht Mittelpunkt. Denn beide Radien verhalten sich nicht wie Eins zu Eins, sondern wie Eins zu Neun. Das gleiche gilt auch für die Zehn, für die Tausend usf. Versuchen wir nun, was diese Zahlen im Unterschied zu den übrigen Zehnzahlen charakterisiert, exakt festzuhalten, so können wir von einem Prinzip der impliziten Exzentrizität sprechen, das im Gegensatz stünde zu dem der impliziten Zentralität. Damit ließe sich etwa die doppelte ästhetische Eigenart der Zehn so formulieren, daß sie das eine Mal als zentraler, das andere Mal als exzentrischer Einheitspunkt implizit von ihr ausstrahlender Reihen erschiene — immer unter Festhaltung des exakten Sinnes dieser freien, die ästhetische Struktur der Zehnzahlen aber doch erfassenden Terminologie.

Daß diese Exzentrizität gerade einzig als arithmetisch-ideale begriffen werden darf, gibt ein möglicher Einwand besonders deutlich zu erkennen. Ohne Zweifel besitzen die Zehn, Hundert, Tausend starke ästhetische Positivität, die noch größer ist als die der anderen Zehnzahlen. Während aber diese als Zentren sich darstellten, als Punkte, von denen gleich große Zahlreihen aus-

gehen, und wir hieraus die ästhetische Positivität der Zwanzig oder Siebzig wohl verstehen, waltet ein solch symmetrisches Verhältnis bei der Zehn in ihrer Koordination zur Hundert und Tausend nicht ob, verhalten sich doch die impliziten Zahlradien wie Eins zu Neun, ein Verhältnis, das, sofern wir an die Teilung geometrischer Linien denken, ästhetisch eher negativ als positiv sich vorzeichnet, sodaß es unmöglich scheint, die ausgesprochene Positivität dieser besonderen Gruppe von Zehnzahlen zu begreifen. Aber es liegt auf der Hand, daß die aus der dekadischen Systematik unmittelbar sich ergebende Färbung der Zehn, Hundert und Tausend eben als bloße Färbung und Nuancierung, die keineswegs die beiden ungleich großen „Radien" wirklich von der Hundert etwa ausgehen läßt, für diese Zahlen als die typischen Zehnzahlen nur ästhetisch positivierend sein kann. Dieselben sind ja nicht geometrische, sondern arithmetische Achsen.

Dennoch bedeutet die ästhetische „Exzentrizität" der Zehn, Hundert, Tausend aus systematischem Gesichtspunkte für sie darum eine Sonderung von den übrigen Zehnzahlen, weil sie — worauf die Rundung und Fülle dieser typischen Zehnzahlen hinweist — den kombinierten Prinzipien der Immanenz und Spannung sich unterordnen, und nicht wie die bisher betrachteten Zahlen allein dem der Immanenz. Dies bedarf noch eines besonderen Zusatzes, insofern auch die individuelle Zehn danach nicht gänzlich aus dem Prinzip der Immanenz ästhetisch zu begreifen ist. Doch dürfen wir in diesem Zusammenhange in ihr exakt nunmehr die schlichteste der auf Grund der dekadischen Systematik implizit-exzentrisch sich qualifizierenden Zehnzahlen erblicken.

3. Fünfzahlen.

Auch die Zehnzahl, so fanden wir, besitzt spezifische ästhetische Positivität und koordiniert sich damit nahezu der geraden Zahl. Dies kann sie umso eher, als sie selbst nicht nur in Hinsicht der impliziten Zentralität bezw. Exzentrizität, sondern auch der potentiellen Symmetrie sich qualifiziert, d. h. gerade Zahl

ist. Anders verhält es sich mit einer weiteren Gattung ästhetisch positiver Zahlen, die, obwohl ungerad, doch den geraden Zahlen an Positivität fast gleichkommen. Es sind die Fünfzahlen.

Vergleichen wir Zahlen wie die Fünfzehn, Fünfundzwanzig usf. mit der Sechzehn, Sechsundzwanzig, Sechsunddreißig, oder besser — weil die eigenartige Indifferenz der Sechs die letzteren Zahlen vielleicht in geringerem Grade negativiert — mit der Vierzehn, Vierundzwanzig, Vierunddreißig, so scheint bei solch direkter Konfrontation die ästhetische Positivität der drei ungeraden Zahlen die der geraden sogar zu übertreffen. Oder in der Reihe der Zehnzahlen wurde die Vierzig, Fünfzig, Sechzig genannt: sehen wir hier ab von der gleichen Positivität, welche diesen Zahlen alle als Zehnzahlen eignet, so bemerken wir unverkennbar eine überragende Positivität der Fünfzig. Und ähnlich verhält es sich mit der Fünf, der Fünfhundert und Fünftausend, die im Unterschied zu den geraden und Zehnzahlen im Verein mit allen an der Einserstelle eine Fünf aufweisenden Zahlen, wie Fünfzehn und Fünfundzwanzig, zur Gattung der Fünfzahlen sich zusammenschließen.

Drei symbolische Zahlfassungen wurden nun unterschieden: vielmehr nur die erste durfte als eigentliche Fassung erkannt werden, während die beiden anderen mehr als Färbungen sich darstellten. Aber wir wollen, wie schon geschah, hier den einheitlichen Terminus festhalten. Von diesen drei Fassungen erschien eine als primäre, die beiden anderen als sekundäre, und zwar die erste als primäre systematische, die zweite als sekundäre systematische, die dritte als sekundäre unsystematische Zahlfassung. Während von der ersten sich die ästhetische Qualifikation einer Zahlgattung noch nicht abhängig erwies, hat uns die zweite die ästhetische Eigenart der Zehnzahlen, die dritten die der geraden Zahlen verstehen lassen. Für die Fünfzahl gilt nun, daß ihre einheitliche Fassung oder Färbung aus der Komplikation der beiden sekundären Fassungen resultiert. Dies ist auch der Grund, warum sie erst nach der Zehnzahl zur Erörterung gelangen kann.

Von der Fünf fanden wir, daß ihre vermeintliche, aus der eigenartigen Mittelstellung als Hälfte von Zehn entspringende Individualität in Wahrheit spezifisches Charakteristikum sei. Dies kann, auf alle Fünfzahlen übertragen, nichts anderes heißen, als daß ihre ästhetische Positivität daraus resultiere, daß sie alle als Hälften von Zehnzahlen sich darstellen. Schon hiemit wird verständlich, inwiefern die Färbung der Fünfzahl aus den beiden sekundären Fassungen einheitlich sich kompliziert. Hälfte sein, dies ist ein Sachverhalt, eine unsystematische Symbolisierung, aus der sich für die Fünfzahl eine sekundäre unsystematische Tinktion ergibt; Hälfte von Zehn sein aber bedeutet, in Beziehung zu einer rein systematisch tingierten Zahl treten, und hiedurch selbst eine sekundäre und zwar systematische Färbung gewinnen.

Sehen wir etwas genauer zu. Man kann die Frage aufwerfen, ob die Uebertragung des ästhetischen Charakters der Fünf auf alle Fünfzahlen zulässig sei, d. h. ob die Charakteristik der Fünf als individueller Zahl auch wirklich nur angeblich diese ihre Individualität festlegte, in Wahrheit aber die Physiognomie der Gattung traf. Erscheint z. B. die Fünfzehn, um von der Fünfundsiebzig oder Hundertundfünfunddreißig ganz zu schweigen, unmittelbar dadurch ästhetisch positiviert, daß sie Hälfte der Dreißig ist? Weist sie, deren ästhetischer Eindruck ein unmittelbar positiver ist, ebenso unmittelbar auf die Dreißig, deren Hälfte sie ist? Die Frage muß wohl verneint werden. Wir bemerken, wie die höheren, ja geradezu alle mehrstelligen Fünfzahlen — nur die Fünf, Fünfzig, Fünfhundert usf. bilden eine Ausnahme — in Analogie zu den mehrstelligen geraden Zahlen treten: wie die Zwei, Vier, Sechs, Acht wird auch die Fünf als Endzahl der mehrstelligen Zahlen zu einem Symbol, das freilich, wie der direkte positive Eindruck aller Fünfzahlen belegt, der ganzen Zahl den spezifischen Charakter aufs unmittelbarste aufprägt. Demnach werden wir gut tun, zur exakten Festlegung des ästhetischen Charakters der Fünfzahl uns der einfachen Fünf zu bedienen. Freilich kann dies, wie sich

zeigen wird, aus einem anderen Gesichtspunkt wiederum Anfechtung erfahren, was uns aber vorerst nicht weiter kümmern soll.

Welcher arithmetische Sachverhalt ist es, durch den die Fünf jene sekundäre unsystematische Tinktion erfährt? Gewiß wieder der für sie natürlichste Sachverhalt, in den sie als Gegenstand sich einordnet. Dieser ist auf keinen Fall der gleiche, wie der für die gerade Zahl natürlichste Sachverhalt. Denn die Fünf wird ja symmetrisch nicht aus ganzen Zahlen, sondern aus Bruchzahlen gebildet: $5 = 2^1/_2 + 2^1/_2$. Und dennoch wieder erscheint diese Bildung ihrer starken ästhetischen Positivität zufolge als natürlichster Sachverhalt. Nun sagten wir, die Fünf erfahre durch die ästhetische Struktur eines Sachverhaltes, in dem sie gegenständlich fungiere, bestimmte sekundäre Färbung. Gegenständlich fungieren, so bemerken wir, besagt aber keineswegs, in der Zahlgleichung, die wir auch als Zahlbildung begreifen können, nach Art der geraden Zahl einzig den Platz der resultierenden Zahl einnehmen: auch die Zweiundeinhalb fungiert gegenständlich in dem Sachverhalt $5 = 2^1/_2 + 2^1/_2$. Aus dieser Einsicht wird unmittelbar der für die Fünf natürlichste Sachverhalt gewonnen. Derselbe ist kein anderer als der Sachverhalt $5 + 5 = 10$. Denn ihm eignet symmetrische Positivität und zugleich tritt in ihm die Fünf zur Zehn in die natürlichste Beziehung, eben hiemit durch die ästhetische Betonung, welche der Zehn auf Grund der dekadischen Systematik zu Teil wird, selbst starke Positivität sich sichernd. Damit ist dieser Sachverhalt der natürlichste nicht nur für die Fünf, sondern für alle Fünfzahlen, welche, aus ihm doppelte ästhetische Positivität gewinnend, die Qualität der symmetrischen Immanenz zur Qualität der potentiellen symmetrischen Hälfte differenzieren. Mit diesem Terminus, der die Positivität der Fünfzahlen als Potentialität der symmetrischen Hälfte festhält, treffen wir am besten die Tinktion derselben, die aus sekundärer systematischer und unsystematischer Fassung einheitlich sich komplizierend ihren ästhetischen Charakter bedingt.

Damit ergibt sich — mit einer leicht poetisierenden Verdeutlichung — zwischen der immanenten Positivität der geraden und der Fünfzahlen eine eigenartige Korrespondenz, derart, daß jene symmetrische Hälften, diese ein symmetrisches Ganze in sich bergen, wobei wir beidemal nicht an geometrische, sondern einzig an die eigenartige Symmetrie arithmetisch-idealer Gegenstände zu denken haben. Diese Korrespondenz findet ihren systematischen Ausdruck in den beiden Terminis der „Potentialität der Symmetrie oder der symmetrischen Teilung" und der „Potentialität der symmetrischen Hälfte", in denen beiden die Differenzierung, welche das Prinzip der Immanenz durch die beiden Zahlgattungen gewinnt, bildliche, aber doch auf die Eigenart der bedingenden Tinktion selbst hinweisende Deutung erfährt.

Erkennen wir nach unserer exakten Formulierung die ästhetische Positivität der Fünf wieder als dadurch bedingt, daß sie Hälfte von Zehn ist, der Fünfzahlen allgemein, daß sie Hälften von Zehnzahlen sind, so ist diese vage Charakteristik geeignet, nach der soeben präzisierten Korrespondenz der geraden und der Fünfzahlen wieder auf die enge und ästhetisch entscheidende Beziehung der Fünf- zu den Zehnzahlen aufmerksam zu machen. Von diesen haben wir in der vorausgegangenen Betrachtung zwei Gruppen unterschieden, deren zweite aus den Zehnzahlen κατ᾽ ἐξοχήν, wie wir sagen können, aus der Zehn, Hundert, Zehntausend usf. sich konstituierte. Die zwischen Fünf- und Zehnzahlen aufgezeigte Beziehung involviert damit für die ersteren gleichfalls eine zweifache Gruppierung, je nachdem diese Beziehung sich knüpft zwischen Fünfzahlen, und Zehnzahlen der einen oder anderen Gruppe. Hierauf zielte der Einwand, den wir oben bei Analyse der ästhetischen Qualifikation der Fünf unberücksichtigt ließen. Und dies mit gutem Recht. Denn wir bemerken leicht, wie die Beziehung je zur Zehn, Dreißig, Fünfzig oder zur Zehn, Hundert, Tausend wohl den Grad der ästhetischen Positivität, nicht aber das Wesen der ästhetischen Qualifikation der Fünfzahlen selbst etwa zu modifizieren vermag. Auch

die Fünfzig — hier sehen wir davon ab, daß sie zugleich Zehnzahl ist — qualifiziert sich wie die Fünf und Fünfzehn ästhetisch in Hinsicht der Potentialität der symmetrischen Hälfte.

Freilich, eine einzige aller echten Fünfzahlen rechtfertigt jenen Einwand, und er wäre begründet gewesen, wenn wir gerade diese Zahl zum Paradigma der ästhetischen Untersuchung gewählt hätten. Es ist die Fünfundzwanzig, deren starke ästhetische Positivität ich kaum durch Hinweis auf die populäre Redensart von den „fünfundzwanzig sc. Schlägen" oder auf die Vetālapañcaviṃśati (die indische Märchensammlung) darzutun brauche. Denn nicht die Beziehung zur Fünfzig, also die Potentialität der symmetrischen Hälfte, sondern einzig die indirekte zur Hundert vermag ihr diese Positivität zu sichern, sodaß sie in eigenartiger Individualität die spezifische Differenzierung des Prinzips der symmetrischen Immanenz nochmals differenziert, insofern sie ihre ästhetisch relevante sekundäre Tinktion nicht durch den Sachverhalt $25 + 25 = 50$, sondern durch den anderen $25 + 25 + 50 = 100$ gewinnt, welch letzterer somit als der natürliche Sachverhalt erscheint, in welchen die Fünfundzwanzig gegenständlich sich einordnet. Doch ist dies — mit Ausnahme vielleicht der Zweihundertundfünfzig usf. — der einzige Fall, in welchem die Beziehung einer Fünfzahl zur zweiten Gruppe der Zehnzahlen die ästhetische Qualifikation selbst modifiziert. In allen anderen Fällen gilt dies nicht. Denn die Sonderstellung, welche die Fünf, Fünfzig, Fünfhundert unter den Fünfzahlen behaupten, ergibt sich aus ihrer überragenden Positivität, nicht aber aus der qualitativen Eigenart ihrer ästhetischen Struktur.

4. Dreizahlen. Potenzen.

Der ästhetisch reizvolle Gedanke, durch die Unterscheidung der geraden und ungeraden Zahlen das ganze Gebiet der Zahlen in zwei positiv und negativ vorgezeichnete Teile zu zerlegen, hat sich — ganz abgesehen von der neuen ästhetischen Positivität, welche die Zehnzahlen neben ihrer Geradheit noch manifestieren

— soeben durch die Betrachtung der Fünfzahlen als unvollziehbar erwiesen. Fünfzahlen, so fanden wir, sind ungerade Zahlen, dennoch aber ästhetisch nahezu ebenso positiv als gerade, ja, wie z. B. die Vierzehn und Sechzehn erkennen ließen, gewissen geraden Zahlen an Positivität fast überlegen. Vielleicht meint man, die noch restierenden Zahlen wenigstens alle negativ ästhetisch vorzeichnen zu dürfen. Aber auch dies geht nicht an, wenn auch freilich die Positivität der jetzt zu betrachtenden Zahlen unleugbar eine schwächere ist, als die der bisher qualifizierten.

War diese ästhetische Eigenart der Fünfzahl bedingt durch ihre aus sekundärer systematischer und unsystematischer Tinktion einheitlich sich komplizierende Färbung, so ist es die der nunmehr zu betrachtenden Zahlen wiederum gleich der der geraden Zahlen allein durch die sekundäre unsystematische, d. h. durch die aus der Einordnung in natürliche Zahlsachverhalte resultierende Färbung. Eine solche eignet mit schwach positiver Vorzeichnung unter den in Hinsicht ihrer ästhetischen Qualifikation relevanten Zahlen nur noch den Dreizahlen und Potenzen.

Ihre ästhetische Analyse wird erleichtert, wenn wir eine bei Betrachtung der drei erörterten Zahlgattungen nur flüchtig gemachte Bemerkung wiederholen. Nicht daß die geraden Zahlen durch Zwei, die Zehnzahlen durch Zehn, die Fünfzahlen durch Fünf teilbar waren, bedingte, wie wir sahen, ihre ästhetische Positivität. Denn schon die Zwei, Zehn, die Fünf selbst sind gerade, Zehn- und Fünfzahlen, und als solche abgesehen von ihrer individuellen Positivität ästhetisch positiv. Diese negative Feststellung genügt; was in Wahrheit die Positivität der geraden, der Zehn- und Fünfzahlen ausmacht, wurde ja eingehend dargelegt. Dabei erinnern wir uns, daß wir es eigentlich nicht nötig haben, neben den geraden und Fünfzahlen auch die Zehnzahlen heranzuziehen, da ihre Positivität überhaupt nicht auf irgendwelcher Teilbarkeit beruht, während die geraden und Fünfzahlen durch die Potentialität der symmetrischen Teilung bezw. der symmetrischen Hälfte sich auszeichnen. Und nur mit

Rücksicht auf diese müssen wir betonen, daß darunter keineswegs eine Teilbarkeit durch Zwei oder Fünf verstanden werden darf. Anders bei den Dreizahlen und Potenzen.

Betrachten wir einmal die Einundzwanzig. Sie überragt die Dreiundzwanzig weit an ästhetischer Positivität, während sie hinter der Zwanzig und Zweiundzwanzig an solcher zurücksteht. Vertiefen wir uns in diese letztere Differenz, so gewinnen wir, der unsystematischen Färbung der geraden Zahlen gedenkend, leicht den Grund derselben. Die Zweiundzwanzig behauptet ihre ästhetische Positivität durch die Färbung, die sie aus der gegenständlichen Einordnung der Zwei in den Sachverhalt $2 = 1 + 1$ erfährt. Wir sahen ja, daß die Geradheit aller mehrstelligen Zahlen zwar völlig unmittelbar, dennoch aber nur angezeigt wird durch die Geradheit der Zwei, Vier, Sechs, Acht. Die natürlichen Sachverhalte, in welchen diese den Platz des resultierenden Zahlgegenstandes einnehmen, besitzen um der arithmetischen Symmetrie des $1 + 1$ oder $2 + 2$ willen starke ästhetische Positivität, und erscheinen eben deshalb auch besonders natürlich. Die Einundzwanzig ist ungerade Zahl, damit tingiert durch den ästhetisch minder positiven und arithmetisch minder natürlichen Sachverhalt $1 = {}^1/_2 + {}^1/_2$, bezw. durch ihre Nichteinordnung in einen symmetrischen Zahlsachverhalt. Trotzdem findet sich ein Sachverhalt, der sich für die Einundzwanzig als natürlicher darstellt, im Unterschied zu solchen wie $23 - 2 = 21$ oder $42 : 2 = 21$, nämlich die Gleichung $21 = 3 \times 7$. Doch dieser unterscheidet sich von den für die geraden Zahlen natürlichen Sachverhalten in doppelter Hinsicht. Einmal findet sich keine einstellige Zahl, die so wie die Zwei, Vier, Sechs, Acht für die Geradheit, auch für die Teilbarkeit durch Drei Zeichen wäre. Während die 1536 sich durch die Sechs unmittelbar als gerade Zahl darstellt, ist die Sechs nicht auch zugleich Zeichen dafür, daß diese Zahl durch Drei teilbar ist; die 1336 und ebenso die 1333 und 1339 sind durch Drei nicht teilbar. Zum zweiten — und dies hängt hiemit aufs engste zusammen: während, wie wir betonten, der für die Zwei, Vier, Sechs, Acht natürliche Sach-

verhalt der Schlichtheit und Einfachheit dieser einstelligen und eigentlich erfaßten Zahlen halber nicht als $2 = 2 \times 1$ oder $8 = 2 \times 4$, sondern als $2 = 1 + 1$ und $8 = 4 + 4$, damit aber um der arithmetischen Symmetrie willen als ästhetisch eigenartig positiver Zahlsachverhalt sich darstellt, erscheint die Einundzwanzig keineswegs durch den Sachverhalt $21 = 7 + 7 + 7$, sondern durch den anderen $21 = 3 \times 7$, der auf ihn nur hindeutet, tingiert, was natürlich bei höheren Zahlen, wie der Fünftausenddreihundertundzweiundachtzig (5382), wo wir vielleicht durch schnelles Addieren die Teilbarkeit durch Drei erkannt haben, noch deutlicher zutage tritt.

Damit erscheint die wenn auch schwache, so doch bestehende Positivität der durch Drei teilbaren Zahlen bedingt durch die Potentialität der natürlichen Teilung, wie wir diese in Analogie zu der Potentialität der symmetrischen Teilung bezw. Bildung, welche die geraden Zahlen ästhetisch kennzeichnet, festhalten können, eine Bestimmung, die aus einem gewissen Gesichtspunkte noch der Präzision bedarf.

Einmal ist die ästhetische Charakteristik der Dreizahlen als der natürlich teilbaren Zahlen offenbar weit unbestimmter und vager als die der geraden Zahlen, oder sie scheint dies wenigstens zu sein. Natürlich teilbar, so werden wir sagen, sind alle Zahlen, die weder gerade, noch Fünfzahlen, noch unteilbare Zahlen überhaupt (Primzahlen) sind. Wie sollten also gerade die durch Drei teilbaren Zahlen sich als die nach dem allgemeinen Ausdruck natürlich teilbaren Zahlen darstellen? Nun sind die durch Zwei, Vier, Sechs, Acht teilbaren Zahlen gerade, die durch Fünf teilbaren Zahlen Fünf-, die durch Drei und Neun teilbaren Zahlen Dreizahlen, die durch Sechs teilbaren Zahlen gerade und Dreizahlen, so daß nur die durch Sieben teilbaren Zahlen als solche übrig bleiben, die neben den Dreizahlen als natürlich teilbar angesehen werden können. Unter den durch Sieben teilbaren Zahlen, oder besser unter den Produkten, deren einer Faktor die Sieben ist, können aber nur solche in Betracht kommen, deren anderen Faktor eine mehrstellige Primzahl bildet, da in allen sonstigen Fällen die durch

Sieben teilbare Zahl zugleich gerade, Fünf-, Zehn- oder Dreizahl ist. Eine solche Zahl ist etwa die Einundneunzig (7×13). So gewiß sie ästhetisch nicht ebenso negativ erscheint wie die Neunundachtzig (eine Primzahl), so gewiß steht sie hinter der Dreiundneunzig an ästhetischer Positivität zurück. Dies kann nicht anders erklärt werden als dadurch, daß der Sachverhalt, in den die Einundneunzig natürlich sich einordnet, nämlich die Gleichung $91 = 7 \times 13$ selbst ästhetisch negativer erscheint, als der andere $93 = 3 \times 31$, deshalb, weil für den letzteren die in ihm gegenständlich fungierende Drei unmittelbar einen ästhetischen Vorzug bedingt, welcher dann durch die auf die Dreiundneunzig sich übertragende Färbung für diese Zahl eine Potentialität der natürlichen Teilung mit ganz anderem Recht konstatieren läßt, als für die durch Sieben teilbare Einundneunzig. Für diese letztere wird vielmehr der Begriff einer Potentialität der (bloßen) Teilung zu prägen sein, welche die schwache Positivität bezw. Negativität solcher Zahlen ästhetisch begründet, ein Begriff, der zugleich durch seine Unterscheidung von dem die Positivität der Dreizahlen begründenden der Potentialität der natürlichen Teilung eben diesen letzteren kontrastierend beleuchtet.

Wir verstehen somit, was die Potentialität der natürlichen Teilung für die ästhetische Qualifikation der Dreizahlen besagen will, zumal wenn sie neben die Potentialität der symmetrischen Teilung, der symmetrischen Hälfte und der einfachen Teilung gehalten wird.

Nun zählten wir ferner zu den an Positivität hinter den geraden, Fünf- und Zehnzahlen zurückstehenden Zahlen auch die Potenzen. Man versteht leicht, warum wir diesen eine besondere Stelle einräumen. Die Sechzehn und Sechsunddreißig sind gerade Zahlen, die Fünfundzwanzig ist Fünf-, die Hundert Zehnzahl und doch behaupten die ersteren vor der Vierzehn und Achtunddreißig, die Fünfundzwanzig vor der Fünfunddreißig den ästhetischen Vorzug, oder, vorsichtiger gesagt — denn wir werden sehen, daß es sich in Wahrheit nicht eigentlich um einen Vorzug handelt —, sie unterscheiden sich von ihnen, trotzdem

jene gleicherweise gerade, diese gleicherweise Fünfzahlen sind, doch in Hinsicht der ästhetischen Qualifikation, die für jene Zahlen aus nichts anderem resultiert, als aus ihrer quadratischen Struktur, d. h. aus der sie vorzüglich kennzeichnenden Tinktion, die sie durch die Sachverhalte $4 \times 4 = 16$; $6 \times 6 = 36$; $5 \times 5 = 25$, oder die die Neunundvierzig durch die Gleichung $7 \times 7 = 49$ erfährt.

Vielleicht glaubt man, ähnlich wie bei der Acht, welche aus dem Sachverhalt $4 + 4 = 8$ ihre positive Qualifikation schöpft, auch hier von einer Potentialität der symmetrischen Teilung sprechen zu dürfen. Aber das Irrige dieser Meinung ist evident: nur der sinnlichen Zahlzeichen sind zwei, die einander gleich sind, nicht aber liegt eine echt arithmetische Symmetrie vor, d. h. diese Meinung verwechselt sinnliches Symbol, deutenden und wahren Zahlsachverhalt, welch letzterer als $7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 49$ in der deutenden Gleichung $7 \times 7 = 49$ von einer arithmetischen Symmetrie augenscheinlich nichts gewahren läßt.

Gegen jene Annahme spricht aber noch ein Weiteres: die ästhetische Vorzeichnung, welche die Potenzen (von denen wir hier nur die quadratischen berücksichtigen) kennzeichnet. Qualifizierten sich diese nämlich im Sinne einer Potentialität der symmetrischen Teilung, so wäre unverständlich, wie sie als ästhetisch nur schwach positive Gebilde sich darstellen können, da doch die gleiche Qualifikation die geraden Zahlen in stärkstem Maße positiviert. Nun sind aber die Potenzen auf Grund der sachverhaltlichen Tinktion nicht allein schwach positiv vorgezeichnet, so wie die Dreizahl, sie erscheinen überdies vielmehr eigenartig „interessant" oder „drollig", wie wir diese Art der Vorzeichnung vielleicht benennen dürfen: man fasse nur einmal die Einundachtzig ins Auge, welche zugleich als Dreizahl und Potenz erscheint. Ist sie als Dreizahl schwach positiv, so erhält sie als Potenz in ihrer Tinktion durch die Gleichung $81 = 9 \times 9$ eine ästhetische Vorzeichnung, die zwar auch schwach positiv,

dazu aber, wie wir jetzt vorsichtig sagen wollen, noch in anderer Weise sich charakterisiert.

Dies hängt ohne Zweifel mit der Eigenart aller Potenzen zusammen, durch Mitsichselbstmultiplikation (man verzeihe das Wort) einer Zahl zu entstehen. Vergleichen wir Sachverhalte, wie $7 \times 9 = 63$; $8 \times 9 = 72$; $9 \times 9 = 81$, so kommt es mir vor, als erschienen die ersteren Gleichungen natürlicher, ungezwungener, gleichsam zufälliger als die letzte, und als resultiere hieraus, aus dem Zwiespalt der dadurch bedingten Negativität und doch zugleich mit ihr bestehenden Positivität des quadratischen Sachverhaltes der eigentümliche Charakter des Interessanten oder Drolligen, der dann auch die Potenz selbst charakterisiert. Damit wäre es also wiederum eine Diskrepanz, welche zugleich mit der ästhetischen Qualifikation auch die ästhetische Vorzeichnung der Potenzen bedingte, derart, daß sie bei Überwiegen der positiven Vorzeichnung eine Art Brücke von den positiven zu den negativen Zahlen darstellten. In qualitativer Hinsicht hätten wir mit Rücksicht auf sie von einer Differenzierung des Prinzipes der Immanenz zur Potentialität der quadratischen Teilung zu sprechen und sie damit den Dreizahlen zu koordinieren.

Erscheinen so die Dreizahlen als schwach positive, die Potenzen als halb positive, halb negative ästhetische Gebilde (bei relativem Überwiegen der positiven Vorzeichnung), so gewinnen wir durch sie unmittelbar den Übergang zu einer Zahlgattung, die in eigenartiger Weise gerade die Mitte hält zwischen den positiven und den negativen Zahlen.

5. Elfzahlen.

War die ästhetische Qualifikation der bisher betrachteten Zahlgattungen ausschließlich bedingt durch ihre sekundäre, sei es systematische oder außersystematische Färbung, so erscheint die ästhetische Struktur der nunmehr zu untersuchenden positiv-negativ vorgezeichneten Elfzahlen unmittelbar abhängig von der primären, d. h. dekadischen Fassung unseres Zahlsystems.

Fassen wir einmal Zahlen ins Auge, wie Elf, Zweiundzwanzig, Dreiunddreißig, so ist deutlich, wie sie neben ihrer ästhetischen Qualifikation als Primzahl, gerade Zahl und Dreizahl noch einen anderen, von diesen sich unterscheidenden ästhetischen Wert manifestieren. Dies gelangt schon zum Ausdruck, wenn wir beim Versuch einer vagen ästhetischen Charakteristik diesen Zahlen im Gegensatz zur größeren oder geringeren Positivität oder Schönheit der geraden und Dreizahlen, wie der ausgesprochenen Häßlichkeit der Primzahlen einen eigenartigen ästhetischen „Reiz" zuerkennen: wenn wir davon sprechen, ihr ästhetischer Charakter sei ein bizarrer, grotesker oder auch paradoxer. Insofern derselbe nun allen den oben genannten Zahlen in gleicher Weise eignet, diese Zahlen aber arithmetisch darin verwandt sind, daß sie sich durch Elf teilen lassen, so ist es das einfachste, wenn wir sie nach diesem äußerlichen Merkmal zur Gattung der Elfzahlen zusammenfassen.

Welcher Art ist nun ihre ästhetische Struktur des näheren? Wie läßt sich — um durch konkrete Blickrichtung die Lösung des Problems zu erleichtern — der eigenartig bizarre Reiz etwa der Dreiunddreißig ästhetisch verstehen?

Hier scheint eine Antwort nahezuliegen. Beschränken wir uns nicht bloß auf die Dreiunddreißig (33), sondern ziehen wir auch die Dreihundertunddreiunddreißig (333) oder die Dreitausenddreihundertunddreiunddreißig (3333) heran, so liegt das Reizende, vielleicht das „Nette" dieser Zahlen doch wohl darin, daß sie aus gleichen Zahlen, aus zwei, drei, vier Dreiern sich konstituieren; eben dies unterscheidet die „bizarre" Dreiunddreißig vor der Zweiunddreißig und Vierunddreißig. Aber diese „Lösung" irrt: gleich sind die Zahlzeichen, die sinnlichen Zahlsymbole, nicht aber die Zahlen, eine Unterscheidung, welche Zahlen, wie 3223 oder 593395 zu noch größerer Evidenz bringen, da ganz deutlich nur ihre sinnlichen Symbole, nicht aber sie selbst ästhetisch reizvoll sind.[1] Und so konstituiert sich auch

[1] In Wahrheit ist dies nicht ganz richtig. Aber die verschwindende Zartheit des ästhetischen „Reizes" dieser Zahlen erlaubt uns, ihn hier zu vernachlässigen.

die Dreiunddreißig nicht aus einer doppelten Drei (was vielmehr von den Zahlzeichen gilt), sondern aus einer Dreißig und einer Drei. Jene Erklärung erklärt also nichts. Schon die lateinische Schreibweise XXXIII würde sie ad absurdum führen, ganz abgesehen davon, daß aus der Gleichheit der Zahlen oder vielmehr Zahlzeichen sich höchstens eine gewisse ästhetische Positivität, nicht aber ein ausgesprochen bizarrer Reiz derselben begreifen ließe. Daß der Gleichklang der Wortbilder gar zur Positivität der Zahl als solcher nichts beiträgt, braucht wohl kaum gesagt zu werden.

Eine zweite Antwort erledigt sich ebenso leicht. Wir sprachen oben von einer Potentialität der natürlichen Teilung, welche uns die Positivität der Potenzen und Dreizahlen verständlich machte. Dies scheint sich in Hinsicht der uns jetzt interessierenden Gattung zu bewähren, insofern das, was der Dreiunddreißig, Siebenundsiebzig, Achtundachtzig usf. ihre einheitliche Qualität verleiht, als die Möglichkeit der Teilung durch Elf sich auffassen läßt. Aber wir bemerkten schon, daß dies nicht angeht, insofern die bizarre Vorzeichnung, die gerade aus der Teilbarkeit durch die Elf für jene Zahlen resultieren soll, selbst wieder einzig aus dem „Reiz" der Elf erklärt werden kann. Dies bedeutet aber nur eine Zurückschiebung der eigentlichen Frage nach der ästhetischen Struktur der Zahlen, die mit der Elf selbst zur einheitlichen Gattung sich vereinigen.

Zuletzt ließe sich an das Prinzip der Richtung oder Kontinuität denken, welches — etwa in eigenartiger Komplikation mit dem der Immanenz — in den Elfzahlen sich manifestierend ihre Positivität begründete. Aber diese Annahme, die ersichtlich gleichfalls am sinnlichen Zahlsymbol haften bleibt, scheitert schon an der einheitlich geschlossenen Struktur auch der vielstelligen Zahlen, ganz abgesehen davon, daß es ihr unmöglich ist, den bizarren, grotesken Charakter der Elfzahlen exakt ästhetisch begreiflich zu machen. Dies wollen wir jetzt versuchen.

Was ist in Wahrheit die Elf? Nichts anderes denn: Zehn und Eins. Die Achtundachtzig? Doch wohl: Achtzig und

acht.[1] Und gerade hierin liegt nun der eigenartige ästhetische Reiz der beiden Zahlen. Was dieses „hierin" bedeutet, ergibt sich, wenn wir nach dem Wesen etwa der Vierzehn oder Neunundachtzig fragen. Jene ist gleich Zehn und Vier, diese gleich Achtzig und Neun. Aber keine von beiden Zahlen erscheint irgendwie reizvoll oder bizarr und zwar augenscheinlich deshalb, weil weder die Zehn mit der Vier noch die Achtzig mit der Neun in irgend einer Hinsicht „verwandt" sind. Hingegen bemerken wir, daß die Zehn mit der Eins und die Achtzig mit der Acht sehr wohl verwandt sind; daß die Zehn eigentlich eine vergrößerte Eins, die Achtzig eine vergrößerte Acht ist, insofern die Zehn und Achtzig unter den Zehnzahlen den Ort behaupten, den die Eins und die Acht unter den einstelligen Zahlen einnehmen. Damit eröffnet sich ein ästhetisches Verständnis des bizarren Eindruckes der Elfzahlen, während wir zugleich erkennen, wie eng derselbe an die dekadisch-systematische Fassung der Elf oder Achtundachtzig gebunden ist.

Vergegenwärtigen wir uns das bekannte gymnastische Kunststück, welches darin besteht, daß ein Mensch aufrecht von einem anderen auf den Schultern getragen wird. Wir können uns zwei ästhetisch bedeutsame Variationen dieses Kunststückes vorstellen. Einmal sei der getragene Mensch um weniges kleiner und schmäler (etwa nach dem Verhältnis des goldenen Schnitts) als der tragende. Dieser Gruppe wird wohl das Maximum der ästhetischen Positivität zuerkannt werden. Das zweite Mal sei der Tragende ein eigenartig gekleideter, ausgewachsener Mann, der Getragene ein genau gleich gekleideter ganz kleiner Junge. Im Gegensatz zur ersten erscheint diese Variation zugleich positiv und negativ ästhetisch vorgezeichnet; das letztere darum, weil kein rechtes Verhältnis zwischen Last und Stütze besteht, insofern aus dynamisch-ästhetischem Betracht der Mann das Kind mit allzu großer Leichtigkeit trägt und andererseits die vertikale Gliederung aus dem gleichen, nun aber rein linearästhetischen

[1] Eine echte Identität liegt natürlich nicht vor.

Grunde eine ungefällige ist. Zugleich geht in den ästhetischen Gesamtcharakter der zweiten Gruppe mit der qualitativen Gleichheit der beiden Personen doch auch ein positives Moment ein, und beides, qualitative Gleichheit und qualitative Verschiedenheit von Mann und Kind läßt nun die Gruppe überaus „drollig" erscheinen.

Ganz ebenso, wie mit der „Drolligkeit" dieser gymnastischen Gruppe, verhält es sich bei Transposition der sinnlichen Verhältnisse ins arithmetisch Ideale mit dem bizarren Reiz der Elfzahlen: daß die Zehn als eigentlich große Eins die kleine Eins, und die große Acht die kleine Acht „trägt", involviert die positiv-negative Vorzeichnung der Elf und der Achtundachtzig. Und zwar weisen, was wiederum mit Rücksicht auf die Grundtendenzen dieser Arbeit von Wichtigkeit ist, die Gänsefüßchen des „trägt" auf eine ganz besondere, rein arithmetische Verbindung der beiden Komponenten, welche allein den eigenartigen ästhetischen Reiz der Elfzahlen bedingt. Zugleich bemerken wir, wie die qualitative Identität zwischen Träger und Last hier auf arithmetischem Gebiete als viel echtere und innigere sich darstellt, denn auf dem anderen der sinnlichen Strukturen. Die Acht ist nichts als der arithmetisch zehnte Teil der Achtzig, jener gleich gekleidete Junge eben als solcher keineswegs der zehnte Teil des tragenden Mannes. Und gerade damit steigert sich der Reiz der „Türmchengruppe", wie wir sie auch nennen können (man denke an einen Turm, auf dem ein Türmchen sich erhebt), auf dem Gebiete der Zahlen in merklichem Maße, ja er erhält auch in der idealen „Luft" des eigenartigen uns beschäftigenden ästhetischen Gebietes eine andere Färbung derart, daß wir nicht eigentlich von Drolligkeit, sondern vielmehr, wie bisher, von bizarrem Reiz oder Paradoxie sprechen.

Von besonderem Interesse ist die ästhetische Qualifikation der Elfzahlen mit Rücksicht auf die in dieser Arbeit hypothetisch vertretene Ansicht, daß die vagen ästhetischen Vorzeichnungen bezw. Qualifikationen des Charakteristischen, Grotesken, Paradoxen, Interessanten als solche ästhetischer Diskrepanzen zu er-

kennen seien. Denn augenscheinlich ist es wiederum eine eigenartige Diskrepanz, welche so die Elfzahlen bestimmt qualifiziert, und zwar eine solche, die aus der gleichen und doch wieder verschiedenen Struktur derselben resultiert. Wir sahen: die Acht ist nur eine verkleinerte Achtzig, und ihre einheitlich arithmetische Verschmelzung mit dieser zur Achtundachtzig gewinnt hieraus ästhetische Positivität. Zugleich ist doch wieder das ästhetische Verhältnis der Achtzig zur zehnfach kleineren Acht als schlecht proportioniertes ästhetisch negativ. Beide aus der so ganz bestimmten doppelten Beziehung der Achtzig zur Acht resultierende Vorzeichnungen vereinigen sich nun zu der des Bizarren und Grotesken, während wir die ästhetische Qualifikation selbst die des „Türmchens" festhalten.

Erhalten wir damit eine, wenn auch nicht auf sinnlichem, so doch auf idealem Gebiete zweifellos bedeutsame Differenzierung des Prinzips der Immanenz, so bringt uns eine weitere Beobachtung den eigenartigen Charakter solch idealer „Türmchen" zu noch deutlicherer Einsicht. Denken wir uns wie oben einen Mann, der aber nicht einen Knaben, sondern eine kleine Puppe auf dem Kopfe trägt, so werden wir eine solche Gruppe entweder als ästhetisch indifferent, oder vielleicht als schwach komisch erkennen. Dabei kann man zweifeln, ob hierin eine Steigerung des ersten Prinzips oder die Manifestation eines ganz neuen zu erblicken sei. Doch beweist schon die ästhetische Prädikation, daß wir nichts als eine Steigerung des Türmchenprinzips in Zahlen, wie Hundertundeins oder Tausendundeins oder Zweitausendundzwei vor uns haben. Denn wir werden wohl kaum anders sagen, als daß gerade diese Zahlen als Spezies betrachtet den ästhetischen Charakter des stark Bizarren und Paradoxen, hingegen kaum mehr den des Reizvollen und auf keinen Fall des Komischen an sich tragen. Ich erinnere nur an die Anzahlfunktion der Tausendundeins in dem Titel der Märchensammlung.

Mit diesem Hinweis auf eine neue, doch mit der der Elfzahlen nahe verwandte Zahlgattung, für die es nicht nötig ist,

einen besonderen Terminus zu prägen, können wir uns hier begnügen. Was das stark Bizarre etwa der Tausendundeins im ästhetischen Sinne ausmacht, geht ja schon klar aus unserer Analyse der Elfzahlen hervor.

Ein Einwand, der sich noch gegen die Hereinziehung der Tausendundeins resp. ihrer ästhetischen Eigenart in den Zusammenhang unserer Untersuchung erheben läßt, erledigt sich leicht. Ohne Zweifel ist die Frage berechtigt, ob das eigentümlich Paradoxe und Bizarre, das die Eintausendundeins vag charakterisiert, durch ihre primäre dekadische Fassung, und nicht vielmehr durch ihre sekundäre systematische Tinktion bedingt sei, insofern gerade das Eins, um welches die Eintausendundeins größer sei als die Tausend, eine anerkannt positive Zahl, vorzüglich das Bizarre derselben hervorrufe, so ähnlich wie die Neunzehn und Neunundvierzig abgesehen von ihrer sonstigen Qualifikation dies auszeichnet, daß sie nicht gerade Zwanzig und Fünfzig sind. Aber die natürliche Koordination, in welcher die Tausendundeins (man achte darauf, daß wir nicht etwa von der Eintausendundeins) sprechen, zur Zweitausendundzwei und Dreitausendunddrei tritt, weist darauf hin, daß die hervorstechende Qualifikation der Tausendundeins in diesem Zusammenhange zu erörtern war, so gewiß auch das hinzutretende Moment des „Eins mehr als Tausend" als negativierendes den Charakter des Bizarren und Grotesken steigert.

Bei dieser Betrachtung der Elfzahlen erregt nun noch eine weitere Gattung von Zahlen oder besser von Anzahlen unsere Aufmerksamkeit. Und zwar von Anzahlen deshalb, weil es nur die große Bedeutung ihrer Anzahlfunktion ist, die den Blick des Ästhetikers auf die reine Zahl lenkt. Diese neue Gattung ist die der Zwölfzahlen. Freilich kann gefragt werden, ob es sich in Wahrheit um eine neue Gattung handle, und ob nicht vielmehr nur die individuelle ästhetische Qualifikation der Zwölf, die wir nicht mehr unter die individuellen Zahlen rechneten, ästhetisch begreiflich zu machen sei. Denn es ist vorzüglich die Anzahlbedeutung der Zwölf, welche unmittelbar auffällt. Ich er-

innere nur an die zwölf Apostel oder die zwölf Kategorien Kants. Aber auch der Vierundzwanzig, Sechsunddreißig und Achtundvierzig eignet, wie wir bemerken, die gleiche ästhetische Qualität. Diese ist bei der Zwölf augenscheinlich eine solche, die gleichfalls aus dem Prinzip des „Türmchens" sich begreifen läßt. In natürlicher Fassung erscheint die Zwölf als die Zehn und Zwei, oder besser, als die Ein-Zehn und Zwei, die Vierundzwanzig als die Zwei-Zehn und Vier. Nun erklärten wir die bizarre Eigenart der Elf daraus, daß in ihr die kleine Eins arithmetisch mit der großen Eins sich verbinde, so etwa, wie ein Türmchen einen großen Turm kröne. In der Zwölf nun haben wir vor uns die gleiche Verbindung einer großen Eins mit einer kleinen Zwei. Diese aber steht als doppelte Eins in relativ verwandter Beziehung zur kleinen Eins, und damit auch zur Zehn, zur großen Eins. Deutlich tritt dies in der ästhetischen Eigenart der Vierundzwanzig zutage, was darum besonderer Betonung bedarf, weil der Anzahlwert der individuellen Zwölf auch darin zu gründen scheint, daß im visuellen Bild an der Zehnerstelle eine Eins, an der Einerstelle eine Zwei steht, so daß sich ihr Reiz ähnlich wie der der Elfzahlen danach aus dem Prinzip der Kontinuität begreifen ließe. Aber auch hier leuchtet ein, daß die ästhetische Bedeutung der Zwölf in der Anzahlkomplexion „zwölf Apostel" nichts mit Positivität der Kontinuität zu tun hat, sondern einzig auf die der türmchenartigen Verbindung von Zehn und Zwei zurückzuführen ist.

Hier bedarf es noch einer Bemerkung. Ihre Positivität, sagten wir, eigne der Zwölf nicht nur als individueller Zahl, sondern als Zwölfzahl überhaupt (Zwölfzahlen ähnlich wie die Elfzahlen alle durch Zwölf teilbaren Zahlen). Doch dies kann nur für jene Zwölfzahlen gelten, deren arithmetische Struktur dieselbe ist wie die der Zwölf. Daher stellen sich für uns nur noch die Vierundzwanzig, Sechsunddreißig und Achtundvierzig als Zwölfzahlen dar, so daß wir nur vier Zwölfzahlen kennen. Daß auch diese gleichwie oben die Elfzahlen ästhetisch nach Maßgabe des Türmchens sich qualifizieren, darf jetzt wohl als feststehend gelten.

6. Unendliche Zahlen. Bruchzahlen.

In der Erkenntnis der Einundzwanzig, Siebenundzwanzig, Neunundvierzig usf. als schwach positiver Zahlen, d. h. als solcher, deren ästhetische Eigenart keineswegs durch die ausgeprägte Positivität der geraden, der Fünf- und Zehnzahlen ausgezeichnet ist, liegt, wenn auch nicht direkt, zugleich eine gewisse Negativität der Potenzen und Dreizahlen ausgesprochen. Dies hängt unmittelbar mit der nahezu absoluten Positivität der geraden und der Zehnzahlen (die ja auch gerade sind) zusammen, eine Positivität, die so ausschließlich ist, daß auch die Fünfzahlen, höchstens von der Fünfundzwanzig abgesehen, schon durch ein leicht negatives Moment sich kennzeichnen, was wir leicht aus der hohen ästhetischen Freiheit verstehen, welche die ästhetische Qualität der potentiellen Symmetrie den geraden Zahlen gewährleistet. Unverkennbar offenbart sich in ihr eine stärkere und gleichsam natürlichere Insicheinigkeit und Freiheit als in der der potentiellen symmetrischen Hälfte, aus welcher wir die Positivität der Fünfzahlen zu verstehen suchten. Daß in noch geringerem Grade die Potentialität der natürlichen Teilung, wie sie die Dreizahlen und Potenzen charakterisiert, eine starke Positivität behauptet, leuchtet ein. Wird daher den Fünfzahlen aus dem Gesichtspunkte einer übersichtlichen Systematik noch volle Positivität zuerkannt, so vermag dies für andere positive Zahlen nicht mehr zu gelten: daß sie schwach-positiv sind, stempelt sie auch zu schwach-negativen Zahlen. Daraus folgt, daß, sofern die unendlichen und die Bruchzahlen uns schon als schwach negative Zahlen gelten, die Dreizahlen und Potenzen wiederum an dieser Stelle, nämlich nach den positiv-negativen Elfzahlen zu erwähnen sind, ohne daß wir uns freilich nach den obigen Ausführungen mit ihnen eingehender zu befassen hätten.

Wenden wir uns zu ausgesprochen schwach-negativen Zahlen, so stellen sich als solche zunächst die unendlichen Dezimalbrüche dar. Der Bruch 5,4333 . . . . mit dem anderen 5,414 verglichen, weist deutlich negative ästhetische Vorzeichnung auf. Suchen

wir seine ästhetische Qualifikation näher zu charakterisieren, so scheint sich uns die pythagoreische Kennzeichnung in Hinsicht der Begrenztheit und Unbegrenztheit, der mit Rücksicht auf die geraden-ungeraden Zahlen charakterisierende Kraft abgesprochen werden mußte, an dieser Stelle nun zu bewähren. Wirklich ist die 5,414 ein begrenztes, die 5,433 .... ein unbegrenztes ästhetisches Gebilde; und wirklich begreifen wir hieraus die Negativität der unendlichen Dezimalbrüche. Erkannten wir doch schon bei Feststellung des allgemeinen Prinzips der Immanenz, daß nach der einen Seite hin Begrenztheit die Positivität der immanenten Gebilde bedingt. Nach der einen, d. h. nach der äußeren Seite; im Gegensatz zu der nach innen gerichteten Einigkeit und Geschlossenheit der verschiedenen das immanente Gebilde komponierenden Teile. Diese eigenartige Negativität der unendlichen Dezimalzahlen als immanenter Gebilde ist darum besonders zu betonen, weil wir im bisherigen Verlauf unserer Untersuchung einerseits weder mit Rücksicht auf sinnlich-immanente noch auf die uns eigentlich beschäftigenden arithmetischen Gebilde einer Positivität der Immanenz im Sinne der Begrenztheit begegnet sind, noch jetzt, bei Betrachtung der negativen immanenten Zahlgebilde einer solchen Negativität der Begrenzung mehr begegnen werden. Denn was die geraden, die Fünf- und Zehnzahlen als positive Gebilde auszeichnete, war die Positivität der arithmetisch-symmetrischen bezw. zentralen Immanenz, während die Immanenz wenigstens der unmittelbar folgenden negativen Zahlen vielmehr als eine solche der „Ganzheit" erscheint.

Die negative Immanenz der unendlichen Dezimalbrüche allein ist eine solche der mangelnden Begrenzung; die relative Häßlichkeit der 5,433 .... eine solche der fehlenden äußeren Geschlossenheit und Festigkeit. Und zwar haben wir uns gegenwärtig zu halten, daß wohl[1] einzig auf dem Gebiete der

[1] Die Unentschiedenheit der Diktion rechtfertigt sich aus der Unaufgeklärtheit der ästhetischen Qualifikation der geometrisch-idealen Gebilde.

Zahlen diese Negativität der immanenten Unbegrenztheit und andererseits die Positivität der Begrenztheit, welche alle anderen Zahlen (auch die schwach-negativen und negativen) auszeichnet, sich findet. Denn auf dem Gebiete der sinnlich immanenten Gebilde, die als begrenzt erscheinen (so vor allem die geometrischen Ornamente), läßt sich keine Positivität und Negativität denken, die nicht vielmehr eine solche der im prägnanten Sinn „innerlichen" Relationen wäre.

Nun wurde von der schwachen Negativität der unendlichen Dezimalbrüche gesagt, sie sei ausgesprochene Negativität. Dies scheint einer gewissen Berichtigung zu bedürfen, insofern die Unbegrenztheit im Unterschied etwa zu jener, die die Pythagoreer für die geraden Zahlen konstatieren wollten, in Wahrheit eine Unendlichkeit ist. Und unverkennbar involviert nun diese Unendlichkeit als solche wieder ein positives Moment, so daß also die schwache Negativität der 5,433 .... keineswegs als „ausgesprochene", sondern als solche erscheint, die ähnlich wie die Negativität der Quadratzahlen aus bestimmten Gesichtspunkten als schwache Positivität sich darstellt. Genaueres Zusehen lehrt uns aber, daß es sich doch nicht so verhält. Dies aus dem einfachen Grunde, weil das positive Moment der Unendlichkeit, das in den unendlichen Dezimalbrüchen sich birgt, kein solches der Immanenz, sondern der Spannung ist. Daher bleibt im Gegensatz zu den Drei- und Quadratzahlen, in welchen sowohl das positive (Teilbarkeit), wie das negative Moment (Asymmetrie) immanenter Natur ist, die ästhetische Struktur der unendlichen Dezimalbrüche aus dem hier allein maßgebenden Gesichtspunkt der Immanenz in Wahrheit eine ausgesprochen negative.

Soviel von den unendlichen Brüchen als schwach-negativen Zahlen. Erregte eben ihre Unendlichkeit, die sich aus dem Gesichtspunkt der Immanenz als negative Unbegrenztheit darstellt, unsere Aufmerksamkeit, so ist es nunmehr ihre „Gebrochenheit", die uns beschäftigen muß. Es ist ja deutlich: nicht nur als unendlicher Bruch, sondern als Bruch überhaupt ist die 5,433 ... schwach-negative Zahl.

Daß in der populären Redeweise von Bruchzahlen oder Brüchen ein poetisches Moment mitspiele, wurde schon in der Einleitung bemerkt. Ähnlich wie bei Betrachtung der geraden Zahlen muß aber auch hier die Stichhaltigkeit der populären Prädikation aus exakt ästhetischem Gesichtspunkt mit negativem Resultat in Frage gestellt werden. Immer noch ist im Gang der systematischen Untersuchung unser eigentlicher Gegenstand die positiv-negative Differenzierung, die das Prinzip der Immanenz auf zahlästhetischem Gebiete erfährt. Von „Brüchen", „Gebrochenheit" usw. kann nun sicherlich auch mit Rücksicht auf lineare und nicht nur immanente Gebilde gesprochen werden. Ich brauche nur an gebrochene Linien, an einen „abgebrochenen" Ton zu erinnern. Was diese gebrochenen Gebilde zu negativen macht, ist die Unfreiheit nicht der immanenten Beziehung, sondern der stetig sich breitenden Kontinuität. Ganz unverkennbar haben wir es aber bei einer nichtgebrochenen Zahl, wie der Eins, und einer gebrochenen wie der Einundeinhalb mit immanenten Gebilden zu tun. Damit ist gegeben, daß das Prädikat der Gebrochenheit für Bruchzahlen keine exakt kennzeichnende Kraft besitzt. Vielmehr muß es sich für uns darum handeln, aus dem Gesichtspunkt der Immanenz die Negativität der Bruchzahlen, und andererseits die Positivität der nicht gebrochenen, d. h. der ganzen Zahlen zu begreifen.

Ein solch ästhetisches Verständnis ist schon angebahnt durch die eben vollzogene Identifizierung der Ungebrochenheit mit der Ganzheit. Daß die Ganzheit einen Gegenstand in Hinsicht der Immanenz positiviere, begreifen wir wohl. Was ein Ganzes ist, das ruht sicher und ist fest gegründet. Zugleich erscheint es in sich selbst frei und einig — wobei dieses „in sich selbst" wieder in streng immanentem Sinne zu verstehen ist. Und in solcher Weise qualifizieren sich ästhetisch die ganzen Zahlen, sei es nun die Eins oder Zwei oder Dreizehn usw. Sie erscheinen, wie auch ihre ästhetische Eigenart im übrigen sein mag, jedenfalls geschlossen und sicher ruhend. Eben dies gilt nun keineswegs für Brüche, wie Ein Drittel oder Fünfeinviertel,

welche vielmehr eigenartig „unganz", unfertig, unvollendet erscheinen. Die Negativität ihrer Immanenz, so kann man auch sagen, gleicht der eines Rechteckes, dessen obere Kante fehlt, oder eines solchen, von dem ein quadratisches Stück so weggeschnitten ist, daß ein Sechseck übrig bleibt.

Dies „oder" unserer Disjunktion ist durch ein „und" zu ersetzen, insofern der Unterschied in der Art der Negativität der beiden räumlichen Gebilde zugleich den arithmetisch-ästhetischen Unterschied, der zwischen Ein Drittel und Fünfeinviertel qualitativ besteht, versinnbildlicht. Denn wenn alle echten Brüche dies negativiert, daß sie als ein noch nicht Ganzes ästhetisch unfrei sind, ist für solche Brüche, wie Fünfeinviertel, kennzeichnend, daß sie mehr als ein Ganzes darstellen. Man konfrontire in Hinsicht ihres ästhetischen Charakters nur unsere Brüche Ein Drittel und Fünfeinviertel. Ihre Unfertigkeit, welche Brüche überhaupt negativiert, erscheint bei dem Bruch Fünfeinviertel (gleich Fünf Ganze und Ein Viertel) zu einer Art Überfertigkeit oder Überschüssigkeit differenziert.

Dies bedarf einer Präzisierung. Vergegenwärtigen wir uns einmal anschaulich jenes verstümmelte Rechteck, das den ästhetischen Charakter der unechten Brüche symbolisieren sollte. Hier können wir uns vorstellen, daß das quadratische Teilstück entweder oben oder unten, z. B. rechts oben oder rechts unten abgetrennt würde. Beidemal trägt das neue Gebilde den Charakter eines Mehr-als-Ganz; aber beidemal in verschiedener Weise. Im zweiten Falle ist derselbe viel deutlicher ausgeprägt, insofern das oben zurückbleibende Teilstück überhängt und das ganze Gebilde aus dem Gleichgewicht zu rücken droht; während im ersten Falle der Charakter des Mehr-als-Ganz zugleich durch den anderen des Weniger-als-Ganz abgeschwächt erscheint, und dies umsomehr, je kleiner das oben losgetrennte Stück war. Denn in diesem Falle sind wir, da die untere Kante des Rechteckes unversehrt blieb, viel eher geneigt, das Unfertige des ganzen Gebildes zu bemerken. Vielleicht ist diese Deskription einer sinnlich-ästhetischen Differenz nicht ganz ge-

lungen; auf welchen arithmetis.. ästhetischen Unterschied wir zielen, wird aber ohne weiteres deutlich, wenn wir neben den Bruch Fünfeinviertel den anderen Fünfdreiviertel reihen. Vielleicht ist es noch besser, wenn sie durch zwei andere ersetzt werden, etwa durch Fünfeinneuntel und Fünfachtneuntel — der Grund ist einleuchtend. Hier erscheint der ästhetische Charakter des Fünfeinneuntel ohne jede Abschwächung als der des Mehr-als-Ganz; der des Fünfachtneuntel hingegen als ein solcher des Noch-nicht-Ganz, insofern nur ein Neuntel zu Sechs fehlt, zugleich aber auch als der des Mehr-als-Ganz, nämlich des Mehr als Fünf, was klar wird, wenn wir uns nur den ästhetischen Chaarkter des Ein Drittel vergegenwärtigen, der sich absolut als ein solcher des Nicht-ganz bestimmt.

Interessant ist die ästhetische Färbung individueller Brüche. Hier mag nur von den echten die Rede sein. Vergleichen wir Brüche, wie ein Halb, ein Drittel, ein Viertel, ein Sechstel, ein Zehntel, ein Achtundzwanzigstel, so fällt die überragende Positivität von ein Halb auf. Man bemerke, wie schon die Sprache diesen Bruch vor anderen auszeichnet — eine Auszeichnung, die volle ästhetische Relevanz besitzt. Denn was liegt rein bedeutungsmäßig im Ausdruck „ein Halb" im Unterschied zu „ein Zweitel"? Nichts anderes, als was aus ästhetischem Betracht für uns die potentielle Symmetrie von der potentiellen Teilung trennte. Dies will sagen: in „ein Halb" liegt die Freiheit nicht des soundsovielten, sondern des symmetrisch losgespaltenen Teiles, eine Freiheit also ganz ähnlicher Art, wie die der Fünfzahlen; nur daß dieselbe keine potentielle ist.

Dieser Vergleich ist in doppelter Hinsicht bedeutsam. Setzen wir an Stelle der Rede von potentiell symmetrischer Teilung und potentiell symmetrischer Hälfte den exakt ästhetischen Terminus, so handelt es sich vielmehr um eine sekundäre Fassung, welche den geraden und den Fünfzahlen ihre ästhetische Positivität sichert. Um eine solche handelt es sich nun keineswegs mit Rücksicht auf die ästhetische Quualifikation der Brüche (und auch der unendlichen Dezimalbrüche), welche, wie

leicht ersichtlich, weder durch einen unsystematischen Sachverhalt noch durch die dekadische Systematik eine sekundäre Färbung erfahren, durch welche erst ihre Negativität bedingt erschiene. Vielmehr sind es, wenn wir in den Zahlen von Eins bis Zehn eigentliche Zahlen erblicken, der Möglichkeit nach sogar nicht einmal (primär) dekadisch gefaßte Zahlen, welche nach Maßgabe ihrer Ganzheit oder Gebrochenheit ästhetisch positiv bezw. negativ erscheinen. Damit behaupten die Bruchzahlen unter den ästhetisch qualifizierten Zahlen eine ganz eigenartige Position, die sie für den Ästhetiker besonders anziehend erscheinen läßt.

Zum zweiten verstehen wir erst hieraus, aus der Ähnlichkeit der ästhetischen Qualifikation des ein Halb mit der der Fünfzahlen den ästhetischen Vorzug, den dieser Bruch vor einem solchen wie ein Drittel besitzt, trotzdem doch die ästhetische Positivität der ganzen Drei eine erheblich stärkere ist, als die der ganzen Zwei. Denn es ist festzuhalten, daß der Vorzug von ein Halb nicht etwa daraus resultiert, daß die als Nenner fungierende Zwei eine gerade Zahl ist. In diesem Falle müßten alle Brüche mit geraden Nennern die Positivität von ein Halb besitzen, was bekanntlich nicht der Fall ist. Ja, es fällt geradezu auf, wie sehr der allgemeine schwach-negative Charakter der Brüche durch die ästhetische Eigenart ihrer Nenner unberührt bleibt. Man vergleiche nur ganze Zahlen, wie Neunundneunzig und Hundert mit den Brüchen ein Neunundneunzigstel und ein Hundertstel, um diese Behauptung bestätigt zu finden.

Eine Ausnahme bildet neben ein Halb nur noch ein Viertel, dessen Ausnahmestellung aber leicht aus seiner Beziehung zu ein Halb zu verstehen ist; sodann die Brüche, deren Nenner Primzahlen sind, wie ein Dreizehntel, ein Neunzehntel usf. Schon damit wird unsere Aufmerksamkeit auf diese, wie wir sogleich bemerken werden, ästhetisch äußerst bedeutsame Zahlgattung gelenkt. Zuvor müssen wir noch eine letzte Gruppe schwach-negativer Zahlen erwähnen.

Bei Betrachtung der Elfzahlen ergab sich das Dilemma,

ob der bizarre Reiz der Tausendundeins sie auf Grund der primären dekadischen Fassung (wie dies bei den übrigen Elfzahlen der Fall ist) oder nicht vielmehr auf Grund der sekundären systematischen Fassung auszeichne. Es ist die letztere Eventualität, die uns in diesem Zusammenhange interessiert. Fassen wir Zahlen, wie Neun, Elf, Neununddreißig, Einundfünfzig, Neunundneunzig, Hundertundeins ins Auge, so eignet den Dreizahlen unter ihnen eine geringere Positivität als der Gattung der Dreizahlen, den Primzahlen eine größere Negativität als den Primzahlen im allgemeinen. Dies ist auch leicht verständlich. Auf Grund der dekadischen Systematik nämlich gewinnen notwendig die den Zehnzahlen zunächst stehenden Zahlen eine Färbung im Sinne eines Mangels oder eines Uebermaßes — man bemerke die Analogie zu den Bruchzahlen —, die aus dem Weniger-als-Zehn oder Mehr-als-Zehn bezw. Hundert, Tausend, Dreißig usf. resultiert, welche um der ausgezeichneten Stellung aller Zehnzahlen willen unmittelbar alle Neun- und Einszahlen (wie wir sie nennen wollen) kennzeichnet. Diese arithmetische Färbung der so bestimmten Zahlen involviert eine schwach-negative Qualifikation, in der sich das Prinzip der Immanenz in ähnlicher und doch wieder anderer Weise, als es bei den Bruchzahlen der Fall ist, zur Qualität der Ganzheit differenziert, welche Andersartigkeit natürlich in dem die Bruchzahlen als solche im Gegensatz zu den Neun- und Einszahlen auszeichnenden absoluten Mangel der dekadischen Färbung gründet.

Erst nach dieser Feststellung kann auch jenes Dilemma gelöst werden. Wir räumten ein, daß die schwache Negativität der Tausendundeins als der Eins-mehr-als-Tausend den allen Elfzahlen eignenden Charakter des Bizarren und Grotesken unverkennbar steigere. Wir bemerken aber, daß zwischen der Größe dieser Elfzahlen und der charakterisierenden Kraft dieses sekundären Moments, das zu dem des „Türmchens“ noch hinzutritt) ein ganz bestimmtes Verhältnis besteht, in dem Sinne, daß bei der Eine-Million-und-eins (1000001) im Gegensatz zur Hundertundeins oder Tausendundeins der groteske oder bizarre

Charakter hinter dem ästhetischen einfach negativen fast gänzlich zurücktritt. Zugleich bemerken wir doch wieder, wie selbst in der Eine-Million-und-eins das Prinzip des Türmchens noch charakterisierend mitwirkt, wenn wir sie mit Zahlen, wie Dreitausendundeins, Zehntausendundfünf, Vierhundertundneunundneunzig usf. vergleichen. Diese letzteren Zahlen sind nichts als negativ, ja sie sind geradezu stark negativ, was noch deutlicher zutage tritt, wenn sie als Anzahlen fungieren: so hat der Umstand, daß z. B. die Lippssche Ästhetik sechshundertundeins Seiten, oder Nietzsches „Richard Wagner in Bayreuth" gleichwie Lagardes „Stellung der Religionsgesellschaften im Staate" je elf Kapitel zählen, ästhetisch stark negativierende Wirkung.

Sekundär bestimmt diese dekadische Färbung schwach-negativ Vier- und Sechszahlen, was aus der Positivität der Fünfzahlen sich ergibt. Nur dies konnte uns bestimmen, an einigen Stellen mit etwas unberechtigter Verallgemeinerung die ungeraden Fünfzahlen den geraden Zahlen in Hinsicht der ästhetischen Positivität nahezu zu koordinieren, was sich natürlich, ganz abgesehen von dieser im Gegensatz zu der der Zehnzahlen sekundären Relevanz der Fünfzahlen für dieselben gegenüber der Gattung der geraden Zahlen nicht halten läßt. Doch wurde hierauf schon oben hingewiesen.

7. *Primzahlen.*

An verschiedenen Orten sind im Vorangegangenen Zahlen, wie Siebzehn, Neunzehn, Dreiundzwanzig erwähnt worden; so gleich zuerst bei Individualisierung der Sieben und zuletzt bei Betrachtung der Bruchzahlen. Daß wir uns ihnen als einer Spezies jetzt erst zuwenden, hat insofern in dem methodisch von stärkster Positivität zur ausgesprochenen Negativität fortschreitenden Gang unserer Untersuchung seinen Grund, als die Primzahlen alle anderen in Hinsicht ihrer Negativität überragen, und dies zwar so sehr, daß auch der Nichtästhetiker geneigt ist, in ihnen ganz unmittelbar häßliche Zahlen zu erblicken — eine Primzahl, die Dreizehn, ist bekanntlich Unglückszahl. Aber es

bedarf nur einer flüchtigen Betrachtung etwa der Dreiundzwanzig oder Siebenunddreißig oder Einundsechzig, um ihre ausgesprochene ästhetische Negativität zu erkennen. Damit haben wir erst die ästhetische Vorzeichnung der Primzahlen konstatiert; ihre ästhetische Qualifikation bleibt noch zu analysieren.

Fragen wir zu diesem Behufe einmal, ob die Primzahlen als stark negative Gebilde darin etwa den Bruchzahlen, unendlichen Dezimalbrüchen und Elfzahlen als schwach-negativen bezw. positiv-negativen Gebilden sich koordinieren lassen, daß ihre ästhetische Qualifikation ebenfalls nicht durch eine sekundäre systematische oder unsystematische Färbung bedingt erscheint. Ist es etwa eine verstärkte Nichtbegrenztheit oder „Über- bezw. Nichtganzheit", welche die Primzahlen mehr als jene anderen Gattungen negativiert? Dies muß augenscheinlich verneint werden: die Dreiundzwanzig z. B. ist weder unbegrenzt wie die 0,333 . . . noch entbehrt sie der in sich geschlossenen Ganzheit, wie die Viereinsiebtel oder Fünfachtneuntel. Aber auch eine sekundäre systematische Färbung, wie sie etwa die Siebenhundertundeins negativiert, kann nicht Bedingung für die Negativität der Primzahlen sein: diese können ja sowohl die Eins wie die Drei, die Sieben und Neun an der Einserstelle tragen, während nur die Neun und Eins auf Grund ihrer Nachbarschaft zur Zehn negative Qualifikation von ästhetischer Relevanz gewinnen. So bleibt nur übrig, daß die Negativität der Primzahlen durch eine sekundäre unsystematische Fassung der Primzahlen bedingt ist. Sie würden sich dann in Hinsicht der immanenten Qualifikation vorzüglich den geraden Zahlen koordinieren.

Vielleicht denkt man, hieraus leicht das ästhetische Charakteristikum der Primzahlen zu gewinnen, indem man in ihnen das direkte Widerspiel der geraden Zahlen erblicken will. Aber dies geht nicht an: das Widerspiel der geraden sind die ungeraden Zahlen, von denen sich die Primzahlen sowohl in Hinsicht ihrer ästhetischen Qualifikation wie der von ihr abhängigen Vorzeichnung unmittelbar unterscheiden.

Dennoch ist dieser erste Versuch einer Analyse nicht unwertvoll. Wir bemerken leicht, daß ein Irrtum nicht aus der Unrichtigkeit seiner Tendenz, sondern aus der Beschränktheit seines Blickfeldes sich ergibt. Sagten wir doch selbst, daß sich als unsystematisch tingierte die Primzahlen nicht den geraden Zahlen schlechtweg, sondern nur in vorzüglicher Weise koordinierten. Darin liegt, daß sie sich außerdem auch anderen Zahlgattungen beiordnen, die in gleicher Weise unsystematische Färbung tragen: den Fünf- und Dreizahlen und den Potenzen. Erinnern wir uns wieder, was es besagt, daß diese Zahlgattungen unsystematisch sich tingieren: daß sie nämlich — wobei wiederum auf den „tragischen Helden" zu weisen ist — durch arithmetisch natürliche und ästhetisch positive bezw. negative Zahlsachverhalte, in denen sie den oder jenen gegenständlichen Platz einnehmen, eine bestimmte ästhetische Färbung erfahren, d. h. eine qualitative Tinktion, die dann unmittelbar ästhetische Relevanz besitzt. Dies konnten wir freier aus dem Gesichtspunkt der Zahlgattungen selbst so ausdrücken, daß sie alle Potentialität der Immanenz bewähren.

Die Primzahlen nun, so sagten wir, müssen, da ihre negative Qualifikation weder nach Art der Bruchzahlen oder unendlichen Zahlen sich begreifen läßt, als unsystematisch, d. h. durch Zahlsachverhalte tingierte Zahlen erkannt und als solche den oben genannten Zahlgattungen insgesamt beigeordnet werden. Diese kennzeichnet rein arithmetisch, daß sie sich natürlich teilen lassen, sei es durch Zwei oder Fünf oder Drei, die Primzahlen umgekehrt, daß sie natürlich (d. h. bei Ganzzahligkeit von Divisor und Quotient) unteilbar sind. Damit unterscheiden sie sich arithmetisch von den ungeraden Zahlen, insofern diese nur durch Zwei, die Primzahlen jedoch überhaupt nicht natürlich teilbar sind. Zugleich erscheinen sie nicht als Widerspiel nur der geraden, sondern aller teilbaren Zahlen, wie auch der Zehnzahlen überhaupt.

Hieraus gewinnen wir ihre ästhetische Qualifikation. Daß sie Widerspiel jener Zahlgattungen insgesamt seien, besagt ästhe-

tisch, daß sie im genauen Gegensatz zu den potentiell immanenten Zahlen negativ sich qualifizierten, insofern sie durch ihre Nichteinordnung in einen natürlichen Zahlsachverhalt eine ästhetisch unmittelbar charakterisierende Tinktion erfahren, die wir analog der Potentialität der geraden, Fünf- und Dreizahlen als Nichtpotentialität der Teilung im Sinne der ästhetischen Immanenz festhalten können.

Hier ist ein Einwand möglich. Die ästhetische Eigenart der geraden, der Fünf-, der Drei- und Quadratzahlen, so haben wir gefunden, ergibt sich aus der Färbung, die sie durch die bestimmte des Sachverhaltes, in den sie natürlich sich einordnen, erfahren. Die Primzahlen ordnen sich in keinen natürlichen Sachverhalt ein — und doch gewinnen sie eine eigenartige Tinktion, und zwar gerade daraus, daß sie in keinen Sachverhalt sich einordnen. Wie sollten sie damit als Widerspiel aller potentiell immanenten Zahlen erscheinen?

Dieser Zweifel ist der anscheinend schiefen Antithese halber berechtigt, erledigt sich aber leicht, wenn wir die Rede von der Tinktion dahin präzisieren, daß wir sagen: gerade, Fünf-, Drei-, Quadratzahlen erfahren durch die Struktur des bestimmten Sachverhalts, in den sie eingeordnet sind, eine ästhetisch bedeutsame Färbung. Primzahlen hingegen entbehren jeder solchen Färbung. Damit gewinnen sie selbst wieder einen Charakter oder eine allgemeine Qualifikation, die wir an Stelle von Tinktion besser sagen, da dieser Charakter eben als der einer Nichttinktion durch unsystematische Zahlsymbole sich darstellt. Und diesen Mangel jeglicher Färbung haben wir im Auge, wenn wir die Primzahlen das ästhetische Widerspiel der potentiell immanenten Zahlen nennen.

Damit erscheinen die Primzahlen exakt ästhetisch qualifizirt. Wir verstehen nunmehr ihre stark negative Vorzeichnung.

Ein bestimmter Umstand verleiht ihnen zuletzt noch eine besondere Bedeutung, die sich uns auf Grund einer kurzen methodischen Reflexion erschließt. Die Ästhetik ist eine deskriptive

Disziplin und die Wahrheit der Sätze jeder ästhetischen Arbeit zuletzt bedingt durch die ästhetische Blickkraft des einzelnen Ästhetikers. Letzte Instanz für ihn ist immer der ästhetisch qualifizierte Gegenstand. Und so haben wir auch in den vorausgehenden Erörterungen hinsichtlich der potentiell immanenten Zahlen zuletzt nur auf die unmittelbar sich uns bietende arithmetische Färbung derselben hindeuten, und nach ihr die ästhetische Qualifikation vollziehen können. Es läßt sich denken, daß ein anderer Ästhetiker uns entgegentritt mit dem Einwurf, daß er von dieser Färbung nichts bemerke, und daß für ihn die Rede von der Potentialität der symmetrischen Hälfte oder der Nichtpotentialität, wie sie die Primzahlen ästhetisch kennzeichnen solle, gehaltlos sei. Eine Entgegnung ist uns unmöglich, solange wir nicht nachweisen können, daß jenem Ästhetiker anders als den normalen Menschen eine bestimmte ästhetische Blickrichtung versagt sei, daß er ähnlich wie ein Farbenblinder total oder partial ästhetisch blind sei, oder umgekehrt er uns eines solchen Mangels überführen kann.

Um seine bezw. unsere Normalität zu konstatieren, stehen uns nun zwei Wege offen: die Enquête und der Hinweis auf allgemeinübliche sprachliche Prädikationen, wie sie z. B. in der Rede von geraden Zahlen oder Bruchzahlen vorliegen bezw. auf ein nicht allgemeines, dennoch aber den unmittelbaren Charakter der ästhetischen Qualifikation treffendes Prädikat. Natürlich kann es sich für uns nur um den zweiten Weg handeln. Wir finden nun wohl für einzelne potentiell immanente Zahlgattungen, nicht aber für die umfassende Gruppe der potentiell immanenten Zahlen allgemeine Prädikate. Eine Legitimation unserer Analyse scheint also unmöglich. Aber das Widerspiel dieser Zahlen, so fanden wir, sind die Primzahlen. Es leuchtet ein, daß die Koinzidenz einer etwaigen allgemeinen Prädikation dieser letzteren mit unserer Charakteristik der ersteren zugleich auch, da diese nur eine Umkehrung jener der potentiell immanenten Zahlen ist, die Geltung der letzteren erhärten müßte.

Betrachten wir wiederum mehrere Primzahlen. Wir nennen

sie auf Grund des allgemeinen Eindrucks häßlich. Doch hiemit sind sie noch nicht scharf getroffen; ihre Häßlichkeit ist eine solche ganz bestimmter Art. Es scheint mir nun, als ob mit dieser bestimmten Art der Häßlichkeit nichts anderes gemeint sei als so etwas wie Sterilität. Fassen wir die Dreiundzwanzig oder Einundsechzig ins Auge, so zweifle ich nicht, daß der unmittelbare ästhetische Eindruck, den sie gewähren, durch das Wort „steril" scharf getroffen wird. Vielleicht ist dies eine individuelle Täuschung. Aber setzen wir einmal den Fall, daß diese impressionistische Charakteristik der Primzahlen als der sterilen Zahlen Zustimmung erfahre, so haben wir in dem Begriff der Sterilität ein allgemeines, „objektives" ästhetisches Prädikat gewonnen, an dem wir unsere individuelle Bestimmung messen können.

Diese, so bemerken wir, charakterisiert die ästhetische Eigenart der Primzahlen ganz ebenso — nur exakter —, wie es die allgemeine Bestimmung des unmittelbaren Eindruckes tut: Nichtpotentielle Immanenz besagt im Grunde das gleiche wie Sterilität, — eine Unfähigkeit, sich natürlich zu teilen, Teile aus sich hervorsprießen zu lassen, exakter, eine Nichtfärbung durch Sachverhalte, in denen solche Teilung und Bildung sich vollzieht. Mit der Anerkennung der unmittelbar kennzeichnenden Kraft unseres Prädikates bewahrt sich aber zugleich unsere Bestimmung der geraden, der Fünf-, Drei- und Quadratzahlen als der potentiell immanenten Zahlen als geltend, so daß das Prädikat der Sterilität auch die Qualifikation jener Zahlgruppe, damit aber den problematischen Begriff der Färbung durch die Einordnung in natürliche Sachverhalte, einen der fundamentalen Begriffe dieser Untersuchung aufs deutlichste legitimiert.

Lebenslauf.

Ich bin am 1. August 1885 zu Stuttgart geboren. Nach zweijährigem Besuch der Städtischen Elementarschule und zehnjährigem Besuch des Kgl. Eberhard-Ludwigs-Gymnasiums bezog ich im Herbst 1903 die Universität München. Hier studierte ich Jurisprudenz und Philosophie, letztere vor allem unter Leitung des Herrn Professor Lipps. Das Examen rigorosum bestand ich am 16. Februar 1907 in München.

Paul Raff.